



R 16

3

255

BIBLIOTHECA NAZIONALE
CENTRALE - FIRENZE



OPERAZIONI

DI

GEOMETRIA DESCRITTIVA.

Handwritten text in the top right margin, possibly a page number or date.

GEOMETRIA DESCRITTIVA

AD USO DEGLI ARTISTI

CHE CONTIENE

LA DELINEAZIONE GEOMETRICA E PROSPETTICA DEGLI OGGETTI

E L'ARTE D'OMBREGGIARLI

Di Francesco Taccani.

VOLUME I.

DIMOSTRAZIONI.



MILANO

Dalla Società Tipografica de' Classici Italiani

Contrada del Cappuccio.

ANNO 1813.

B² 16. 3. 255

INDICE GENERALE

DELL' OPERA

<i>Prefazione</i>	pag.	<u>IX</u>
<i>Introduzione</i>	»	<u>3</u>
<i>Definizioni geometriche</i>	»	<u>9</u>

PLANIGRAFIA . . .

OVVERO

<i>Costruzione delle figure piane</i>	»	<u>15</u>
---	---	------------------

STEREOGRAFIA

01111

<u>Rappresentazione geometrica dei solidi</u>	pag. 27
---	---------

SCENOGRAFIA

0111110

<u>Delineazione prospettica degli oggetti</u>	» 43
<u>Delle linee proporzionali</u>	» 44
<u>Strumento per condurre delle linee concorrenti ad un punto</u> <u>qualunque siasi la di lui distanza</u>	» 49
<u>Moto</u>	» 50
<u>Maniera di servirsi</u>	» 51
<u>Altra idea di un parallelo scenografico</u>	» 52
<u>Definizioni prospettiche</u>	» 53
<u>Teorica della prospettiva</u>	» 55
<u>Delle linee curve</u>	» 70

PLANIGRAFIA PROSPETTICA

01111

<u>Delineazione prospettica delle figure piane</u>	» 81
--	------

STEREOGRAFIA PROSPETTICA

O S S I A

Rappresentazione prospettica dei solidi pag. 87S C I O G R A F I A

O V V E R O

<u>Arte d'ombreggiare gli oggetti</u>	n° 101
<i>Del chiaroscuro in generale</i>	n° 104
<i>Regole preliminari</i>	n° 111

R E G O L E P R A T I C H E

P E R

Trovare l'ombra su diversi corpi n° 117

P R E F A Z I O N E.

*N*on evi facoltà nella quale l'uomo di genio, desioso di essere utile alla società, non si sia affaticato nello svilupparne l'essenza, e coi trattati e colle opere di renderla nota a suoi simili, e più che sia possibile proficua. Le Scienze che in questo libro sono contenute, e che occupano un posto luminoso e primario nelle belle arti, non furono neglette da molti valent'uomini, ma fatalmente o restando l'opere loro inedite, od essendo rarissime le edizioni e dispendiose, poco profitto ne ritraggono gli artisti, e difficilmente essi possono trovare la via di apprenderele fondatamente, e conoscere come dagli autori furono trattate.

Io pure avrei incontrato la stessa difficoltà, se l'esimio Sig. Cav. Giuseppe Bossi, Professore della Scuola Speciale di Pittura, ed eruditissimo in tutto ciò che concerne parte scientifica di quest'arte, non mi avesse graziosamente offerta la sua scelta ed in materia d'arte numerosissima libreria, ove esiste una collezione tale di libri spettanti a questa materia, che credo ben difficilmente possa trovarsi in altro luogo.

Ivi ebbi campo di considerare la maniera diversa con cui queste arti furono intese ed esposte dai varj autori, e confrontandone le loro diverse regole, poterne far quella scelta che credei più confacente all'uso degli artisti.

La relazione che queste facoltà hanno colla pittura, fa sì che esse furono conosciute come questa fin da remoti tempi. Inutile sembrami l'investigare se Greci ne fossero o no al possesso, stante le regole neglette nei varj quadri che per sorte restarono intatti sino a' nostri giorni. La profonda scienza che essi ebbero nella geometria non dà luogo a dubitare che fossero al possesso anche delle oltre, essendochè un passo ben breve evvi tra questa e le scienze di cui si ragiona. Rapporta Vitruvio che Eschilo vivente 500 anni avanti l'era volgare insegnò ad Agatarco a mettere in prospettiva le scene di sue tragedie, e questi indi ne fece un trattato. Democrito ed Anassagora hanno pur scritto su tal soggetto: ed Euclide che vivea 311 anni avanti G. C. fece un trattato spettante a quelle cose che si vedono nel giungere de' raggi direttamente all'occhio, ed ancora di quelle de' raggi riflessi, il quale trattato esiste ancora a' nostri giorni. L'ignoranza degli artisti adunque è la causa degli errori, specialmente di prospettiva, che si scorgono nelle opere degli antichi a noi pervenute, nello stesso modo che anche al presente, in mezzo a tanti trattati ed alla perfetta conoscenza della stessa, scappano de' massicci errori in quelli che la professano.

Sembra con ciò manifesto che nella coltivazione di que-

st' arte poca diversità v' era in que' tempi primitivi da quella d' oggi. La Teorica sta in potere di matematici, i quali la espongono con metodi troppo astrusi ed elevati; la pratica poi essendo devoluta agli artisti, questi non hanno voglia, e posso dire anche non hanno il tempo di applicarsi ad apprendere tutti que' principj che abbisognerebbero per intendere le dimostrazioni esposte col metodo dei primi. Dal che ne viene che, come dice Brook Taylor, al pari della prospettiva, non evvi parte di matematica che sia stata più trattata dalli teorici, e meno bene eseguita dalli pratici.

Ma essendo questa scienza dopo il decadimento dell' Impero Romano avviluppata come le altre nel profondo letargo che involse gli uomini per una sì lunga serie di secoli, dovette bene spegnersene la cognizione, per cui nello svegliarsi del talento dell' uomo abbisognò cominciare da capo, e procurargli un' altra volta la nascita. Il primo che cominciò a far opere pittoriche con qualche intelligenza di prospettiva fu Paolo Ucello Pittore Fiorentino, vivente nel Secolo XIV. del quale molte opere sono a noi pervenute. Il più antico Scrittore che si conosca di prospettiva fu Pietro della Francesca di Borgo S. Sepolcro, che vivea nel principio del Secolo XV. La sua opera è inedita, ma il Chiaro C. Bossi nella sua libreria tiene un Codice mn. che io vidi ed ebbi campo di esaminare. In quest' opera vi si scorge una profonda scienza di prospettiva, essendovi dimostrate le più difficili e complicate regole. Le sue figure sono disegnate a penna con precisione e nitidezza. Conservasi pure in questa libreria una traduzione in latino dell' opera suddetta, scritta dalla stessa mano che fece la prima. D' entrambe queste opere si trova menzione a tergo della pag. 68. della Summa d' Aritmetica ec. di Frate Luca Paciolo discepolo di detto Pietro.

Contemporaneamente all'autore sopracitato fuvi un altro scrittore di prospettiva, Vincenzo Foppa Milanese. Quest'opera erà conservata dal Lomazzo pittore pure Milanese, e ne promise la stampa, ma non si sa se essa abbia veduta la luce. La stessa intenzione ebbe il Lomazzo, e la stessa sorte ebbe pure un'altra opera di prospettiva d'un autore che fioriva in Milano verso la metà del Secolo XV. Bernardo Zenale di Trevigi.

Nello stesso tempo Lionardo da Vinci uomo famoso per la sua profonda scienza in molte facoltà, per le sue opere e pel suo trattato di pittura, unico in questo genere, scrisse due trattati di prospettiva inediti, di uno dei quali trovasi menzione anche nella vita di Benvenuto Cellini.

Bramante pure Milanese compose un altro libro di prospettiva, come può vedersi nel Lomazzo, nel Moriggia ed altri. Ma lasciando quelle opere che poca relazione possono avere coi bisogni di un artista e venendo ai trattati visibili, Alberto Durerò Tedesco, fu uno dei primi che dando alla luce un libro di geometria pratica l'anno 1520 in circa, in esso scrisse di prospettiva.

Sebastiano Serlio Bolognese vivente verso la metà del secolo XVI., scrisse un trattato di architettura e prospettiva molto noto.

Nello stesso tempo Daniele Barbaro stampò la sua prospettiva pratica. Essa si estende nell'inutile maniera di far mediante carte tagliate molti corpi che possono inscrivarsi alla sfera.

Martino Bassi Milanese parlò pure di prospettiva, in quel suo libretto, spettante alcune controversie prospettiche insorte tra esso ed il Pellegrini, allora Architetto del Duomo di Milano.

Jehan Cousin nel 1560 e Jacques Androvet nel 1576 diedero un'opera di prospettiva cadauno.

Nel 1583 venne alla luce la *prospettiva del Vignola* coi commenti del R. P. M. Egnazio Danti.

M. Giovanni Arcivescovo Canturiense ed il Sirigati, diedero pure alla luce il primo nel 1593 e l'altro nel 1596 due opere di *prospettiva* di non molta utilità; così l'altra del Guidobaldi stampata nel 1600.

Nel 1617 sortì l'opera in Francese del P. Dubreuil, nel 1618 quella di Aleaume e prima di esse nel 1612 era stampata l'opera di Salmon de Caus contenente dei giuochi prospettici ed un trattato delle ombre.

Nel 1625 fu impressa l'opera prospettica di Pietro Accolti di scarsa utilità. Dopo questa nel 1633 si vide l'opera del Vredemanni illustrata da Samuel Marolois: e François Niceron nel 1638 diede fuori l'opera intitolata *Perspective curieuse*: la quale si estende nel dare il modo di far giuochi di *prospettiva*, cioè disegnar figure defformi su diversi piani concavi e convessi, i quali riescan regolari veduti nel suo giusto punto.

Bernardino Contini: opera impressa nel 1645. Essa non è che il riassunto dei molti autori che scrissero prima di lui, come attesta il Comolli, non che l'autore stesso.

Il Desargues nel 1648 diede pure un'opera di *prospettiva*, il metodo della quale è di servirsi di scale degradate e quadrettando i piani. L'editore di quest'opera fu A. Bosse, e questo diede fuori pochi anni dopo un altro libro intitolato *Traité des pratiques geometrales et perspectives*, quale contiene la costruzione di molte figure geometriche, la maniera di segnar l'ombra ne' corpi, e la *prospettiva*, la regola della quale è un consimile di quella del Desargues.

Andrea Alberti nel 1661 diede un'opera di *prospettiva* di poco utile.

Dopo questi venne Giulio Troili detto il Paradosso. La prima edizione di questo libro credesi fatta nel 1672, in

quella però che io vidi impressa nel 1683 concepisco essere un' opera di qualche utile agli artisti, se non replicasse tante volte la stessa cosa, specialmente nel descriver la maniera di levare i disegni con un velo.

L' opera di prospettiva del P. Pozzi, uscì per la prima volta alla luce nel 1693 e fu ristampata più volte. Di questa dice il Comolli nella sua *Bibliografia* „ ecco la miglior opera che abbiamo in questo genere. „ L' espressione però sembrami alquanto esagerata. Essa non contiene niente di nuovo, e la sua regola principale è la sezione dei raggi o regola del taglio, che io credo non esser la più breve.

Bernard Lamy scrisse nel 1711, M. Ozanam nel 1720 e P. Amato nel 1736. Quest' ultimo pretende aver esposte delle regole novissime, ma io vi trovo niuna diversità nel confrontarle colle altre.

Dopo questi Francesco Costa Veneziano nel 1747 pretese aver dato alla prospettiva l' ultima perfezione segnando i raggi circolarmente, avente il centro nel punto di vista: principio erroneo che non si accorda con un oggetto espresso su di una superficie piana, come è noto a chiunque ha qualche idea della teoria prospettica.

Nel 1753 fu impressa la seconda edizione del Bibbiena. Molto pratica e regole non geometriche.

Nel 1755 Brook Taylor. Contiene delle definizioni molto concise e giuste. Il tutto però è esposto con metodo di matematica molto superiore alle forze di un artista.

Nel 1766 sortì l' esemplare di prospettiva teorico-pratica del Zanotti, molto erudita ed utile, sebben la definizione che esso dà al punto di concorso delle linee parallele sembrami non troppo geometrica. Conduce però a rinvenir questo punto senza trasportar alcuna linea in prospettiva, nel modo che a un di presso io espongo nel mio trattato, e se desso fosse

stato artista forse mi avrebbe prevenuto nel ritrovamento della regola dei punti di concorso della quale io fo uso: ma esso era dilettante e non ne conobbe il pregio.

Alla fine del Secolo XVIII. sortirono due altri trattati di prospettiva di qualche utilità scritti in Francese. P. H. Valenciennne, ed L. N. l'Espinasse.

Dopo questi varj altri autori scritti in epoche diverse ebbi campo di esaminare, come Viator, Jacopo Gautier, Vriesse, Ducerceau, Samuel Marolois, Enrico Hondio, Vaulesard, Herigon, Curabelle, Leclerc, Jeaurat, Lagardette, Bianchi, Amati ed altri, dal contenuto dei quali potei comprendere che la stereografia, ossia l'arte di disegnare geometricamente gli oggetti, sia stata poco trattata, anzi si suppone comunemente già nota da quelli che si accingono ad apprendere la prospettiva o l'ombra. Quest'ultima ha avuto più scrittori, ma le sue regole sono comunemente prese per una via troppo lunga e suscettibile di non poco accorciamento. Nella moltitudine poi degli autori di prospettiva, sembra che la regola più accetta, e per il vero la migliore sia quella della diagonale. Mi lusingo però che questa non sarà conosciuta come l'estremo della semplicità, se il lettore avrà la compiacenza di internarsi in quella de' punti di concorso, che io cerco far nota e che è da niuno usata.

Dal riassunto poi della maniera con cui queste arti furono esposte, si scorge quanto sia difficile in materie simili l'unire la pratica alla teorica di modo, che a quelli cui spetta la prima possa essere intelligibile anche la seconda, senza ricorrere a scienze molto distaccate da que' studj che sono primarj e di somma necessità per un'artista. Questo dipende che in simili scienze i scrittori quasi mai essendone i professori, non è possibile che essi possano internarsi a conoscere i bisogni di un artista, e nel mentre credono aver por-

tata l'arte al sommo della chiarezza e della semplicità, essi non fecero che dal più al meno replicare ciò che prima di loro si disse. La cagione per la quale alcuni spesso si annojano nell'apprendere i primitivi fondamenti di queste arti, sono senza dubbio le troppo intralciate dimostrazioni, od appoggiate alle matematiche molto astruse, e le regole assai complicate, essendochè per intender le prime vi abbisognano dei principj di geometria molto estesi, che altronde io credo di non grande necessità per un artista, e la lunga operazione nelle seconde ne rende noiosa e fors' anche inesatta la pratica. Ecco ciò che io mi proposi di evitare. Procurerò farne conoscere la teorica con brevi e succinte dimostrazioni, adattate alla intelligenza anche di quelli che non son cogniti di geometria, ma capaci però di rischiarare senza equivoco l'appoggio della pratica, scortato quindi da questo con regole le più semplici condurli alla esecuzione, quali regole, essendo io pure nel numero degli artisti, mi riuscì facile di confrontare, e conoscendone i bisogni mi lusingo di averne fatta la scelta migliore. Egli è ben vero che il risultamento delle opere alle volte non corrisponde alla buona intenzione di chi le fece, ma se confrontansi i metodi che in questa sono ristretti, con quelli che comunemente sono adottati e sparsi in varie altre di simil genere, ben poco mi lusingo che mi resterà a bramare onde compiere il mio intento, e se il suffragio di quelli per cui quest'opera è fatta, fosse per propendere a vantaggio di essa, l'autore non avrebbe più nulla a desiderare ed i suoi voti sarebbero bastantemente compiti, lusingandosi di aver con ciò appianata, per quanto è possibile, quella strada che sì scabrosa e di tedio riesce agli iniziati nelle belle arti.

OPERAZIONI

DI

GEOMETRIA DESCRITTIVA.

INTRODUZIONE.



Le belle arti nate dai bisogni dell'uomo hanno tra loro un'intima relazione, e sono di tal maniera collegate, che impossibil riesce il divenir perfetto in una di esse, senza conoscer le altre. Sarebbe quindi desiderabile che quegli ingegni che si accingono a professarne alcuna, cominciassero da quegli studj necessarij per formarsi una idea distinta del carattere di tutte.

E non credasi un tal raziocinio tendente ad allungare la retta via che essi devono tenere per giungere nel minor tempo possibile allo scopo della loro arte. La relazione stessa che le belle arti hanno tra loro, porta che la maggior parte de' loro principj possono essere comuni, e lo studio che tende a svilupparci il carattere di una, è un rischiaramento onde conoscere anche quello delle altre.

Non è già che si pretenda dover l'artista saperle tutte a precisione. Non è necessario, che il coltivatore della pittura sappia maneggiare il marmo nè erigere un comodo e solido edificio, ma al suo scopo basterebbe la plastica, e quella parte d'architettura che riguarda la bellezza. Così all'architetto non abbisogna la conoscenza de' colori nè il loro impasto, ma l'essere al possesso del disegno

di figura, e specialmente di quello di ornato, apporterebbe non solo la elegante esposizione delle sue opere in disegno, ma anche il buon gusto dominerebbe nella disposizione e nella scelta delle parti, per cui li suoi prodotti eviterebbero quella freddezza e quel pedantismo, che pur troppo domina nella maggior parte de' moderni edifizj.

Gli antichi conoscevano a perfezione la verità di questa massima, e la mettevano in esecuzione a segno, che ben pochi ve n'erano, che fossero al possesso di quella sol' arte che formava la principale loro occupazione. Michelangelo, Lionardo, Raffaello conoscevano la pittura, la scultura e l'architettura; ma il primo si sentì trasportato per la scultura, e ad essa sola abbandonandosi ne divenne esimio. Gli altri invece il di cui genio più per la pittura, che per la scultura ed architettura propendeva, a quella dedicandosi ne divennero i ristoratori. I due Bramanti, Baldassar Peruzzi, Pellegrino, Vignola ed altri, conobbero bene tanto la pittura quanto l'architettura, ma a quest'ultima più che all'altra trovandosi inclinati, ci lasciarono opere che loro meritavano il nome di valenti architetti.

Ma se gli antichi ponevano ogni cura per accoppiare le belle arti insieme, i moderni invece le hanno divise a segno, che ciascun ramo delle medesime ha il suo proprio coltivatore. Ora ci sono i pittori di ornato, di figura, di ritratti, di paesi, di fiori, d'uccelli e di prospettive. Ma siccome è ben difficile il ritrovare un'opera che possa esser composta di una sola di queste parti, così gli artefici si sono in questa maniera resi schiavi gli uni degli altri, e nessuno artista può dirsi perfetto. L'ornatista, il paesista ed il prospettico ricorrono al figurista per animare le loro composizioni, questi ha bisogno degli altri per compiere le sue, perciò tra le opere d'oggi ben poche se ne posson contare che vantinsi di essere di un solo autore. Nulla di più vergognoso per un artista quanto di aver bisogno di un altro per cose della maggior importanza nella sua arte.

Ma quivi evvi alcuno che riflette, non essere tanto facile l'applicarsi a tutti questi rami di pittura, e divenirne perfetto: il che non è certamente privo di fondamento. L'uomo ha le sue inclinazioni, e quella cosa che più gli va a genio, prevale costantemente

nella di lui mente, e ben di sovente ne occupa tutto il posto. Ma se ben riflettesi a me sembra non del tutto inconciliabile la cosa, imperocchè quando uno ha deciso di attendere particolarmente a quel genere, non ha bisogno di profondersi nella perfetta conoscenza degli altri. Un paesista, un prospettico non è necessario che conosca la figura come un pittore di storia, ma non per questo dee negligerla in modo da non esser capace di far quello che alla ultimazione della sua opera richiedesi: nelle composizioni d'ornato, la figura ne è un oggetto tanto necessario quanto la foglia istessa, e perchè l'ornatista dovrà continuamente ricorrere ad un altro in cose sì essenziali alla sua composizione? Attenda pure ciascun pittore a quel ramo a cui più inclina il suo genio, non è principio questo da riprovarsi affatto, in quanto a che esso tende alla generale perfezione della pittura. Il paese, l'ornato e l'arte teatrale non sarebbero forse giunti alla meta cui sono se non avessero avuto i suoi parziali coltivatori: ma non si obbli da questi quella porzione degli altri rami che tende al compimento di quello su cui cade la di lui scelta, acciò non veggasi nella di lui opera quella discordanza di tocchi, che pur troppo scorgesi e guasta le opere di coloro a cui abbisognano dei sussidj.

Ma se le suddivisioni fatte alla pittura mantengono costantemente quel vincolo che le unisce dal più al meno tra di loro, la prospettiva ed il maneggio delle ombre sono di assoluta necessità a ciascuna di esse. Queste contengono lo scopo primario della pittura, la illusione, ed a niuno sarà dato di esprimere su di una superficie una cosa rilevata, se pria dalle stesse non avrà appreso le leggi colle quali la natura si presenta a nostr'occhi. Ne viene da ciò che desse sono necessarie anche all'architetto, per mostrare e conoscere l'effetto delle di lui opere prima della esecuzione, ed all'artista di qualunque genere ei sia, non solo acciò possa idearsi invenzioni capaci d'interessar l'animo di chi è dotato di fino discernimento e buon gusto, ma siccome dipende dalla sua abilità anche l'esecuzione, acciò le di lui operazioni sieno perfette nella pratica.

La connessione poi, che la prospettiva e le regole per ombreggiare i corpi hanno colla cognizione di elevar geometricamente gli stessi, è tale, che sembrami impossibile il disgiungerla da esse senza renderne imperfetta la loro dimostrazione. La dimensione geo-

metrica degli oggetti è la base onde rinvenirne l'apparente, e questo in disegno è impossibile ad ottenersi, senza conoscerne la corrispondenza che ha la pianta coll'alzata geometrica. Così nel chiaroscuro, come scorgerassi la modificazione diversa che questo prende su la superficie dei corpi varj, se non si conoscerà con precisione la loro reale forma e posizione? Questa cognizione che è la base delle parti più importanti di un disegno, non solo non trovasi giammai unita a' trattati di scenografia e sciografia, ma nemmeno particolarmente né da' libri né da' maestri viene insegnata con quella precisione, che l'importanza richiede.

Sonovi alcuni materiali artisti, a cui il parlar di regole è come mostrar loro una catena che stringa ed involuppi il genio, e considerano queste quasi più nocive che utili alla loro arte. Quanto sia contrario alla perfezione delle arti quest'erroneo raziocinio, è abbastanza noto a chi è dotato di sano intendimento. Leonardo da Vinci nel suo esimio trattato non fa che continuamente mostrarci la necessità di apprendere regolarmente la prospettiva ed il maneggio delle ombre, e Leon-Battista Alberti si esprime: *e vorrei certamente che noi ci persuadessimo colui solo esser per diventar ottimo pittore, il quale ora ha imparato a collocare ottimamente tutti i dintorni e tutte le qualità della superficie.*

Lo scopo delle arti del disegno è di dilettare il senso dell'uomo per mezzo della vista, mostrandogli l'imitazione di tutte quelle cose che ad essa si presentano. Non si può fissar lo sguardo in un oggetto, senza che i dintorni dello stesso sieno disposti nel modo appunto che la prospettiva ci addita; non scorgerebbesi il suo rilievo se l'ombra colla sua modificazione non ce lo facesse conoscere.

Queste sono verità a cui nulla evvi ad opporre. Come scorgendosi adunque quelle leggi che sono dalla natura stessa disposte, senza internarsi a conoscere la causa da cui quest'effetto dipende? Nell'osservanza degli oggetti naturali, nel continuo operare, mi rispondono taluni, queste cose entrano nell'animo nostro più solidamente di quello che sia coll'affaticarsi ad apprenderne le fredde teorie.

Ben è da compiangersi quell'artista che dà retta od è persuaso di queste massime. Esse non possono dettarsi che da un cervello

materiale che quasi brutto non agisce che con quell'istinto che gli diede la natura, e non procura il suo pulimento col raziocinio, senza del quale non può produrre che bizzarrie e capricci. Infinite sono le combinazioni che nelle diverse composizioni possono accadere. Quindi come sarà mai possibile ad un uomo il prevederle, il conoscerle tutte, e sceglierne le migliori, se con un lungo studio e continuo raziocinio non le sviluppò, non s'internò nella conoscenza di quella parte che può costituire il bello ed il giusto effetto? Ed ancorché ciò potesse darsi, perchè scegliere una strada sì lunga prendendo tutti questi casi circostanziati, quando con un problema generale si possono sviluppare e conoscere tutti? *Accadono infiniti casi, dice Brook Taylor, nella prospettiva i quali non si possono tutti descrivere e spiegare in un libro; un uomo versato nella teoria li comprenderà tutti, e saprà ridurli in esecuzione.*

Alcuni nelle composizioni propongono di farne dei modelli, indi sceglierne la veduta migliore, e ricopiarne esattamente tutti i contorni non che gli accidenti delle ombre. Ottima pratica, e di somma utilità a' figuristi specialmente: ma oltre ad essere questo di sommo imbarazzo, e non eseguibile in tutti i casi, come sarebbe in quelle composizioni nelle quali intervengono degli spazj grandi ed una moltitudine di oggetti di varie specie, l'occhio per quanto preciso sia, di gran lunga trovasi inferiore ai calcoli della mente, e se esso deve operare, questa gli addita come ed in qual maniera esso ne riceve le impressioni, ed in questa guisa ajutandosi l'un l'altro, si giunge a perfezionare l'imitazione dell'opera prefissa. La Pratica viene espressa da taluni come una vecchia che cammini con chiusi gli occhi, onde per quanto cognito sia un cieco della strada che percorre, impossibil riesce che in qualche luogo non venga ad urtare e cadere. La Teorica invece viene iconologicamente conosciuta colle mani legate, ma essendo dotata di vista acuta e penetrativa può additare alla pratica la via che deve tenere per non inciampare, e schifare quegli ostacoli che essa non può prevedere.

Non evvi scienza od arte, la quale non abbia la pratica appoggiata alla rispettiva teorica; ma comunemente chi si dedica all'una, difficilmente ha voglia di applicarsi anche all'altra, cosicchè ben di rado si può trovar uno che entrambe a perfezione le conosca.

Egli è stato sempre della massima difficoltà il contenere l'uomo lontano dagli estremi, egualmente nocivi alle belle arti. Alcuni s'abbandonano ciecamente alla pratica, e sdegnano qualunque consiglio che sia contrario all'abitudine ed opinione da loro contratta: alcuni poi severi e freddi ragionatori si attaccano di troppo alla teorica, e nulla vogliono concedere all'altra, se non dopo che dalla prima sia stato maturato e digerito colla più scrupolosa esattezza. La libertà dei primi li porta a cadere in iscorrezioni ed inesattezze. La troppa schiavitù dei secondi rende le loro opere fredde e prive di effetto. Teorica e pratica vogliono essere adunque nelle belle arti, e l'una dall'altra disgiunta non può esser congrua a produrre opere perfette.

Colui che si propone di apprendere qualunque ramo di queste belle arti, deve primieramente fornirsi di tutte quelle cognizioni teoriche, necessarie a svilupparlo e fargli conoscere l'indole di quella alla quale vuole incamminarsi: fornito in questa guisa di quegli studj primordiali ad essa necessarij, ed informato rettamente della di lei essenza, s'accinga alla pratica, non perdendo di vista la teorica, ma adattandola con giudizio all'effetto che si propone l'arte stessa.

E non credo già, che da quello che dissi possa intendersi, che il pittore o l'architetto debba essere astratto in continue contempezioni, e che la teorica vi debba entrare ad ogni segno di matita o pennello; ma se scortato da questa ne' principj avrà fatto l'abitudine della pratica, la matita ed il pennello non potrà agire che conforme ai precetti della prima, ancorché la stessa non sia presente a dargli di mano in mano gli opportuni suggerimenti. Colui adunque che avrà con regolarità e fermezza percorsa quella strada che sola può condurre ad ottimo fine, e senza noja non solo, ma con piacere ed amore si sarà internato in tutto ciò che può esser necessario a fargli conoscere il carattere della di lui arte, potrà lusingarsi di poter nel professarla produrre opere che possano meritare l'universale applauso.

Corpo è tutto ciò che nello spazio ha le tre dimensioni, *lunghezza*, *larghezza*, *profondità* od *altezza*.

Superficie è l'estensione del corpo, riguardato sotto il solo senso della lunghezza e della larghezza, astraendone in esso la profondità.

Linea è l'estensione del corpo, riguardato per il solo verso della lunghezza, astraendolo perciò dalla larghezza o profondità.

Il *Punto* si considera il luogo di una linea, astraendone in essa la lunghezza, per cui non ha alcuna dimensione.

Vi sono due specie di linee, la *retta* e la *curva*.

La *linea retta* è il più breve cammino tra un punto all'altro.

La *curva* è quella che non è retta, nè composta di rette.

Per nominare una linea si usa di porre due lettere alle sue estremità: così si dice la linea *ab* la linea *cd* ec. Fig. 2. Tav. 1.

Angolo è l'inclinazione di due linee in una superficie piana, che s'incontrano tra loro in un dato punto.

Vi sono tre specie di angoli: *angolo rettilineo* quando le linee che lo formano sono rette, *angolo curvilineo* se vien formato da due curve, e *mistilineo* se è composto da una retta ed una curva.

Le linee che forman l'angolo diconsi *lati* o *gambe*, e *vertice* o *sommità* il punto del loro incontro.

L'angolo quando è isolato si nomina con una sola lettera posta al vertice, come *b* Fig. 9. Tav. 1. e se è aggregato ad altri si nomina con tre lettere facendo in nudo che quella al vertice sia pronunciata nel mezzo; così dirassi l'angolo *chb*, *ghf* ec. Fig. 2. Tav. 1.

Inoltre gli angoli possono essere *retti*, *ottusi* ed *acuti*.

L'angolo *retto* è quello che vien formato da due linee unite in modo, che prolungandone una, l'angolo che ne risulta dall'altra parte sia eguale al primo, così l'angolo *cha* Fig. 2. Tav. 1. sarà *retto* se prolungando *ch* sino a *d*, l'angolo *ahd* è eguale all'altro *cha*.

Se poi queste linee formano due angoli diseguali, il maggiore dicesi *ottuso* ed il minore *acuto*. Così la linea *eh* Fig. 2. Tav. 1. che cade su la *cd* in pendenza farà l'angolo *che* acuto, e l'altro *ehd* ottuso.

Linea *verticale* chē comunemente dicesi *linea a piombo*, è quella che segna un filo sospeso liberamente, e teso da una parte da un peso.

Linea *perpendicolare* è quella che cadendo sopra di un'altra forma due angoli retti; così ab Fig. 2. Tav. 1. essendo perpendicolare alla cd , gli angoli ahd , ahc saranno retti. Essa s'intende sempre perpendicolare alla linea che incontra; così la cd sarà perpendicolare alla ab come questa alla cd . Bisogna però avvertire che quando dicesi la tal linea è perpendicolare senza specificare a cosa, è come si dicesse che è verticale.

Linea *orizzontale* è quella che si eleva perpendicolarmente alla verticale. Volgarmente dicesi *linea a livello*.

Linea *obliqua* è quella che cadendo sopra di un'altra pende piuttosto dall'una che dall'altra parte. Tale è la linea eh Fig. 2. Tav. 1. rispetto alla cd .

Linea *secante* od *intersecante* è quella che ne taglia un'altra, per cui ne nascono quattro angoli gxh , hxl ec. Fig. 3. Tav. 1. Il punto x dove queste linee si tagliano, dicesi punto d'intersecazione.

Linea *tangente* è quella che passa radendone un'altra in un punto senza tagliarla, ab Fig. 6. mn Fig. 14. I punti e Fig. 6 e 14 diconsi pure di tangenza. La tangente di un cerchio di un'ellisse ec. indica la posizione di quel punto cui ella tocca: è come lo stesso punto prolungato in linea retta nella posizione che si trova.

Linee *parallele* sono quelle che camminano sempre conservando l'eguale spazio tra loro, cosicchè è impossibile chē formino un angolo, ab , cd Fig. 8. Tav. 1.

I limiti della superficie sono le linee da cui essa viene conterminata. Queste possono essere *rette*, *curve* o *miste*: nel primo caso la superficie, che generalmente dicesi *figura* o *poligono*, chiamasi *rettilinea*, nel secondo caso *curvilinea*, e nel terzo *mistilinea*.

L'aggregato delle linee che conterminano la superficie prende nome di *contorno* o *perimetro* della figura.

Le Figure prendono il loro nome dalla particolarità che hanno i loro lati ed i loro angoli.

Triangolo rettilineo o semplicemente *triangolo* è lo spazio racchiuso da tre linee rette. Fig. 1. 4. e 5. Tav. 1.

Tetragono quadrangolo o *figura quadrilatera*, lo spazio racchiuso da quattro rette. Fig. 7. 10. 11. 15. Tav. 1.

Pentagono, esagono, eptagono ec. quello racchiuso da cinque, sei, sette lati ec.

Poligoni regolari sono quelli che hanno tanto gli angoli quanto i lati eguali.

Poligoni irregolari, se in questi non v'è eguaglianza.

I Triangoli distinguonsi in due classi, l'una si riferisce ai lati, e l'altra agli angoli.

La prima contiene i triangoli *equilateri*, *isosceli* e *scaleni*; la seconda i triangoli *rettangoli*, *ottusiangoli* ed *acusiangoli*.

Il *Triangolo equilatero* è quello che ha tutti e tre i suoi lati eguali. Fig. 1. Tav. 1.

Triangolo isoscele che ha due soli lati eguali. Fig. 4. Tav. 1.

Triangolo scaleno è quello che ha tutti e tre i lati ineguali. Fig. 5. Tav. 1.

Triangolo rettangolo è quello che ha un angolo retto. Fig. 4. Tav. 1. In esso si chiama *ipotenusa* il lato *c a* opposto all'angolo retto *b*, e *cateti* i lati *b c*, *b a*, che lo contengono.

Triangolo ottusiangolo è quello che ha un angolo ottuso. Fig. 5. Tav. 1.

Triangolo acusiangolo è quello che ha tutti tre gli angoli acuti. Fig. 1. Tav. 1.

Le Figure quadrilatere distinguonsi in *parallelogrammi*, *trapezj* e *trapezoidi*.

Parallelogrammo è ogni figura quadrilatera che ha i lati a due a due opposti parallelli. Fig. 7. 10. 16. Tav. 1.

Trapezj sono quelli che hanno due lati soli parallelli. Fig. 11. T. 1.

Trapezoidi diconsi quelle in cui tanto gli angoli quanto i lati sono diseguali.

I parallelogrammi distinguonsi inoltre in *quadrati rettangoli* *rombi* e *romboidi*.

Quadrato è quel parallelogrammo in cui tanto i lati quanto gli angoli sono eguali. Fig. 15. Tav. 1.

Rettangolo o *quadrilungo* è un parallelogrammo in cui gli angoli sono eguali, ma i lati contigui diseguali. Fig. 10. Tav. 1.

Rombo è un parallelogrammo in cui tutti i lati sono eguali, e gli angoli contigui diseguali. Fig. 7. Tav. 1.

Romboide è quel parallelogrammo in cui tanto gli angoli quanto i lati contigui sono diseguali.

In ogni poligono chiamansi *diagonali* quelle linee che uniscono il vertice di due angoli e passan per esso *gi*. Fig. 10. 11. 15. 16. Tav. 1. Nei poligoni regolari però se queste linee passano pel centro diconsi più propriamente *diametri*. In prospettiva quando si dice semplicemente diagonale, s'intende sempre quella che passa pel centro del quadrato unendo i vertici opposti *gi*. Fig. 15. Tav. 1.

Il *Circolo* Fig. 13. Tav. 1. è lo spazio racchiuso da una linea, che dicesi *circonferenza* o *periferia*, tutti i punti della quale sono egualmente distanti da un punto di mezzo che ne è il *centro*. La circonferenza si può considerare generata dall'estremità di una linea retta che si volge attorno all'altra sua estremità immobilmente fissa in un luogo, in modo da ritornar di nuovo nella sua primiera posizione. La linea *ab* tirata dal centro alla circonferenza dicesi *raggio* o *semidiametro*. Se continua sino dall'altra parte *bc* dicesi *diametro*. Una linea *de* che vada da una parte all'altra della circonferenza non passando pel centro chiamasi *corda*. Se questa è divisa in due parti eguali da qualche diametro *fg*, le sezioni diconsi le *ordinate* a questo diametro. Una linea *hi* tirata dal punto estremo di un diametro parallelamente alla rispettiva ordinata, ossia perpendicolarmente allo stesso diametro, è la *tangente* del diametro enunciato. Qualunque porzione di circonferenza generalmente dicesi *arco*, ma se è la metà del cerchio dicesi *semicirconferenza*, se un terzo *triente*, un quarto *quadrante* ec.

L'*Ellisse* Fig. 14. è una linea curva rientrante e regolarmente continuata, per cui presenta uno spazio più lungo che largo. Come nel circolo la linea che la racchiude dicesi *periferia*. Qualunque linea *ah*, *rs* che passi pel centro segando in due parti opposte la circonferenza è un *diametro*, dei quali il più lungo *ab* dicesi *asse* o *diametro maggiore*, ed il più corto *cd* *asse* o *diametro minore*. I due punti *fg* situati su l'asse maggiore, e che sono distanti dalle estremità *cd* dell'asse minore, quanto è l'intervallo del semidiametro maggiore, diconsi i *fuochi*. Se da questi due fuochi conduco

due linee fe , eg ad unirsi alla circonferenza, la somma di esse è costantemente eguale all'asse maggiore. Se su queste due linee prendo due punti il egualmente distanti dal punto e , pei quali faccio passare la linea ao sino a toccare la circonferenza, questa è divisa per metà dal diametro eh , della quale le sezioni aq , qo , diconsi le *ordinate* allo stesso diametro, e tutta unita *doppia ordinata*. Se dal punto estremo e del diametro eh conduco una linea mn parallela alle rispettive ordinate, ella è la *tangente* dello stesso diametro. Un diametro rs che è parallelo alla tangente mn di un altro dicesi *conjugato* allo stesso diametro. Come nel circolo una linea che va da una parte all'altra della circonferenza non passando pel centro dicesi *corda*, così una porzione di circonferenza *arco ellittico* un terzo *triente ellittico* ec.

L'*Ovale* propriamente parlando altro non è che un' ellisse più larga da una parte che dall'altra. Il suo nome deriva dalla somiglianza che ha col dintorno di un uovo.

Dalle definizioni di superficie si passi a quella dei solidi.

Un solido terminato da due poligoni $abt d$, $efgh$. Fig. 22. Tav. 1. quali sieno perfettamente eguali e paralleli dicesi *prisma*. I due poligoni suddetti diconsi le *basi* del prisma: ma quando si dice semplicemente *base* s'intende sempre l'inferiore. L'unione delle facce laterali $adfg$, $d cgh$ ec. si dice *superficie convessa* del prisma. Qualora il prisma abbia per base un poligono regolare, la linea il che unisce i centri delle due basi chiamasi *asse*.

Il Prisma prende la sua denominazione dalle basi, laonde dicesi *triangolare* se ha per base un triangolo, *quadrangolare* se la base è un quadrato, *pentagonale* se dessa è un pentagono ec. Prende poi il nome di *parallelepipedo* se ha per base un parallelogrammo: più particolarmente poi di *parallelepipedo rettangolo*, se oltre l'aver per base un rettangolo, ha i suoi spigoli o angoli perpendicolari alla base di modo che tutte le sue facce risultino rettangoli. • •

Se poi questo parallelepipedo ha l'altezza eguale alle dimensioni delle basi, per cui tutte le facce sono quadrati, dicesi *cubo* o *esaedro*.

Quel prisma che ha per base due cerchi prende il nome di *cilindro*. Fig. 23. Tav. 1.

Piramide è quel solido che vien conterminato da più piani

concorrenti in un punto, e da un poligono qualunque opposto al medesimo. Prende anch' essa la denominazione di *triangolare*, *quadrangolare*, *pentagonale* ec. Secondo che la di lei base è composta da un triangolo da quadrangolo o da pentagono ec.

Chiamasi poi *regolare* quando ha per base un poligono regolare, ed unito il vertice della medesima col centro della base, riesce questa linea perpendicolare, per cui le facce della superficie convessa divengono tanti triangoli isosceli eguali.

Se la base della piramide è un circolo, allora essa prende il nome di *cono*: Di più se unendo il vertice di essa ed il centro della base con una linea, se questa è perpendicolare dicesi *cono retto*. Fig. 24. Tav. 1., e se questa è inclinata chiamasi *scaleno* od *obbliquo*. Fig. 25.

Sfera è 'quel solido conterminato da un' unica superficie, tutti i punti del quale sono egualmente distanti da un punto di mezzo che chiamasi centro Fig. 26. Tav. 1.

Ellissoide è un solido che nasce dalla rivoluzione di una semi-ellisse attorno ad un suo asse. Fig. 27. Tav. 1. Generalmente chiamasi un tal solido impropriamente col nome di *sferoide*, ma in istretta matematica non può chiamarsi con tal nome che quel solido che nasce dalla rivoluzione di un semipoligono regolare attorno al suo diametro, nello stesso modo che la sfera può considerarsi generata dalla rivoluzione di un semicerchio intorno al proprio diametro, che prende il nome di *asse*. Da questo si può scorgere che quanto più il semipoligono generatore della sferoide sarà composto di un numero maggiore di lati, tanto maggiormente essa s'avvicinerà alla forma della sfera.

Il *Tetraedro* è un solido di quattro facce o piani triangolari equilateri ed eguali. Fig. 28.

L' *Ottaedro* è composto da otto triangoli equilateri ed eguali. Fig. 29.

Il *Dodecaedro* contiene dodici pentagoni regolari. Fig. 30.

L' *Icosaedro* ha 20. triangoli equilateri ed eguali. Fig. 31.

Tutti que' solidi conterminati da superficie piane e che possono essere inscritti ad una sfera, chiamansi col nome generico di *poliedri*.

PLANIGRAFIA

O V V E R O

COSTRUZIONE DELLE FIGURE PIANE.



Istrutti dei nomi necessarj a conoscere tutte le figure geometriche, non che degli elementi che entrano nella composizione di qualsiasi oggetto, passiamo a rendersi note quelle operazioni necessarie per delineare regolarmente e con speditezza quelle figure regolari, che sono come la base per eseguire tutte le regole della geometria descrittiva, non che le parti di cui è composta l'architettura stessa.

1. Elevare una perpendicolare sul mezzo d'una linea cd . Fig. 2. Tav. 1.

Facendo centro nei punti estremi cd si descrivano le due sezioni ab (1) la linea ab sarà la perpendicolare cercata.

2. Innalzare su l'estremità b di una linea hb . Fig. 4. Tav. 1. una perpendicolare.

Avendo preso ad arbitrio un punto in e , si allarghi il compasso sino a b e si faccia la sezione c sulla linea hb e quindi l'arco a . Per c e per e si prolunghi una linea ad intersecare l'arco suddetto in a ; per questo punto e per l'altro b si segni la linea ab , e si avrà perpendicolare alla hb . Oppure sulla linea hb si replichi cinque volte un intervallo qualunque, indi preso come raggio quattro di queste parti, si faccia col centro b l'arco ca . Facendo poi col l'intervallo hb e centro m la sezione a sull'arco suddetto, si segni la linea ab che sarà la perpendicolare che bramavasi.

3. Da un punto c Fig. 6. Tav. 1. abbassare una perpendicolare alla linea ab .

Facendo centro in c , con intervallo arbitrario si segnino le sezioni ab sulla linea ab . Facciasi pure centro in queste per far l'altra intersecazione d . Da d a c si segni la linea cd che cercavasi.

4. Dividere un angolo cha per metà. Fig. 2. Tav. 1.

Facciasi centro nel vertice dello stesso h , e con intervallo qualunque facciansi le sezioni il su le di lui gambe. Centro pure in il per fare l'intersecazione e . Da e ad h si segni una linea che avrassi l'angolo ahc eguale all'altro ehc .

6. Sopra di un angolo elevare una linea che pieghi da nessuna parte. Fig. 7. Tav. 1.

Sia l'angolo sul quale vuoi innalzare cotesta linea a . Facendo

(1) La maniera di trovare i punti di intersecazione, è sempre quella di prendere col compasso quell'intervallo precisato od arbitrario, e col centro in due punti dati segnare due archi che si segnino scambievolmente. Il luogo d'unione di questi due archi è il punto di cui si parla.

centro in esso, faccio con intervallo ad arbitrio le sezioni bc , e facendo centro pure in b faccio l'altra sezione d . Unisco d ed a con una linea la quale se vien prolungata divide per metà l'angolo a .

6 Costruire un angolo eguale ad un altro. Fig. 5. e 9. Tav. 1.

Si vuole su la linea bc , Fig. 9. segnare un'altra quale faccia colla stessa un angolo eguale all'altro efg , Fig. 6. Faccio centro in f e descrivo la porzione di cerchio om che tagli i lati dell'angolo. Colla stessa apertura di compasso e centro in b , Fig. 9. punto sul quale si vuol elevare la linea suddetta faccio il segmento di cerchio xz ; prendo l'intervallo om , e lo trasporto in xz e segno per b e per z la linea ba cercata.

7. Trovare il centro ad un triangolo acb . Fig. 4. Tav. 1.

Dividansi per metà due de' suoi angoli, e dove le linee che li dividono s'uniscono, g , questo è il punto cercato, per cui segnato con questo un cerchio che tocchi uno de' suoi lati, toccherà parimenti anche gli altri due.

8. Date tre linee EG , FE , GF . Fig. 5. Tav. 1. con esse costruire un triangolo

Ne prendo una per base e la porto in gf , coll'altra FE e centro f faccio un segmento di cerchio e , colla terza GE e centro in g faccio una sezione col segmento enunciato e . Unisco questi tre punti con tre linee, ed avrò formato l'angolo richiesto.

9. Da un punto b far passare una linea parallela alla ed . Fig. 8. Tav. 1.

Col centro in b ed intervallo qualunque facciasi la sezione d su la linea ed , indi l'arco bfc col centro in d . Conservo lo stesso intervallo e su di un punto qualunque della stessa linea c segno l'arco ea . Faccio quest'arco eguale all'altro fb , e per a e b faccio passare una linea, che sarà parallela alla ed .

10. Data la tangente ad un cerchio, trovarne con precisione il punto di contatto. Fig. 6. Tav. 1.

Sia la tangente data ab ed il centro del cerchio c . Si abbassi da questo la linea cd perpendicolare alla ab col metodo che ve-

demmo antecedentemente, questa intersecando il cerchio, darà in e il punto di tangenza cercato.

Oppure si segni fg parallela alla ab che seghi la circonferenza in fg , e preso un punto medio tra questi o , si prolunghi per c ed o una linea che seghi la circonferenza in o , e questo sarà come nel primo caso il punto cercato.

11. Da un punto a Fig. 6. Tav. 1. fuori della circonferenza segnare la tangente ad un cerchio.

Uniscasi il punto a ed il centro c con una linea la quale sia divisa per metà dal punto l . Col centro in l ed intervallo la facciasi la sezione e sulla circonferenza del cerchio, per il qual punto facciasi passare la linea ab . Questa sarà la tangente cercata ed e il suo punto di contatto.

12. Da un punto e , Fig. 6. Tav. 1. sulla circonferenza far passare la tangente ad un cerchio.

Uniscansi i punti ec con una linea, e per e se ne segni un'altra perpendicolare alla prima, ella sarà la tangente cercata.

13. Fare un triangolo equilatero. Fig. 1. Tav. 1.

Segnata la retta bc si faccia centro in questi due punti estremi b e c , e coll'intervallo bc si segni la sezione a , uniscasi questo punto agli altri b e c , ed avrassi il triangolo abc equilatero.

14. Costruire un quadrato. Fig. 15. Tav. 1.

Segnate le linee ab , cd tra loro perpendicolari, prendasi con apertura di compasso la metà della lunghezza di uno dei lati, e facendo centro in e si segnino i quattro punti $abcd$. Indi facendo col medesimo intervallo centro in questi, si facciano le sezioni fg , hi e si avranno appunto i quattro angoli del quadrato.

Oppure avendo segnata la linea gh perpendicolare alla hi ed eguale alla stessa, facciasi collo stesso intervallo ih e centro in g , ed i l'altra sezione f , e questa sarà il luogo del quarto angolo.

* 15. Segnare un pentagono. Fig. 19. Tav. 1.

Segnati i diametri ab , cd tra loro perpendicolari, si prenda su di un raggio cg un punto di mezzo e . Col centro in e e l'intervallo ea si descriva l'arco af : il di lui intervallo af è eguale alla quinta parte di tutta la circonferenza.

16. Descrivere un esagono. Fig. 16. Tav. 1.

L'esagono si ottiene formando un circolo, e prendendo il raggio dello stesso per uno de' lati. Questo è precisamente la sesta parte della circonferenza.

17. Delineare un eptagono. Fig. 20. Tav. 1.

Segnato il circolo nel quale si vuole inscrivere, si tiri il raggio ab , e coll'intervallo ab e centro b si faccia l'arco cad . Uniscansi i punti cd con una linea, della quale la metà ce sarà la settima parte della rispettiva circonferenza.

18. Disegnare un ottagono. Fig. 17. Tav. 1.

Costruiscasi il quadrato $abcd$, e prendendo l'intervallo di uno dei suoi angoli al centro, facciasi centro ne' quattro angoli $abcd$ dello stesso per descrivere i quadranti di cerchio gn , hm ec. e s'avranno nei punti $fghilmno$ gli otto angoli del poligono cercato.

19. In un circolo inscrivere un nonagono. Fig. 20. Tav. 1.

Avendo come nell'eptagono segnata la linea cd , si prolunghi sino ad f facendo ef eguale al raggio ab . Con quest'istesso intervallo e centro nei punti ef si faccian gli archi fg , eg , e dalla loro scambievole unione g al punto a si tiri una linea; questa segando la circonferenza in h , darà nell'intervallo ch un lato nel nonagono.

20. Fare un decagono. Fig. 19. Tav. 1.

Costrutto il pentagono dividasi l'arco am in due parti, una di queste sarà il lato del decagono.

21. Trovare il contorno di un undecagono. Fig. 21. Tav. 1.

Dividasi un raggio del circolo che lo circoscrive ab in due parti eguali dal punto c , e facendo centro nei punti ac si segmino coll'intervallo ac gli archi ae , dc . Avendo quindi preso come raggio l'intervallo de , si faccia col centro d l'arco fe . La linea fi sarà l'undecima parte dell'intera periferia del circolo, e replicata su la stessa avrassi il poligono enunciato.

22. Costruire un dodecagono. Fig. 16. Tav. 1.

Dividasi per metà l'arco gg che contiene il lato dell'esagono.

23. Segnare una circonferenza, quale contenghi tante volte una lunghezza prefissa. Fig. 12. 19. Tav. 1.

Vuolsi per esempio trovare un circolo, il quale contenga cinque volte la linea pq , Fig. 12. Costruiscasi a parte il pentagono, Fig. 19. e su di uno de' suoi lati si segni il triangolo $n go$ avente il terzo angolo nel centro. Sulla linea pq , Fig. 12. si descrive un triangolo simile al primo, il che si ottiene facendo gli angoli $p q$ eguali ai corrispondenti $n o$, Fig. 19. Col centro in r ed intervallo $r q$ descrivasi una circonferenza, essa conterrà cinque volte la lunghezza $p q$.

24. Data la circonferenza di un cerchio, trovarne il centro.

Fig. 13. Tav. 1.

Sulla circonferenza enunciata si segnino tre punti a caso $b l o$, ed uniscansi con due linee rette. Nel mezzo e perpendicolari a queste, si segnino le altre linee $m a$, $n a$, le quali unendosi in un punto a daranno il centro cercato.

25 Tracciar varj punti che indichino la periferia di un' ellisse.

Fig. 18. Tav. 1.

Sia dato l'asse maggiore in $a b$ ed il minore in $c d$. Prendo l'intervallo $c e$ dal semiasse minore e lo trasporto sul maggiore prolungato da a ad i . Prendo una lista di carta la quale sia in linea retta, e l'adatto alla linea $e i$, e segno su la stessa i tre punti $e a i$, indi movendo e su $c d$ prolungato ed i su $i b$ parimenti prolungato, segno le varie situazioni del punto a : queste mi indicheranno la periferia cercata.

26. Trovare la periferia di un' ellisse per via di intersezazioni'.

Fig. 1. Tav. 2.

Sia la lunghezza dell'ellisse $a b$ e la larghezza $c d$. Prendo l'intervallo del semiasse maggiore $a o$, e facendo centro nei due punti estremi dell'asse minore $c d$ segno le due sezioni $e f$ su la maggior lunghezza; questi saranno i fuochi dell'ellisse. Divido in tante parti a piacere l'intervallo $f o$, in modo però che nell'avvicinarsi al punto f queste divengano più strette. Coll'intervallo $a g$ e centro in f faccio il segmento di cerchio ll , come pure collo stesso intervallo e centro in c l'altro mm . Colla porzione di asse maggiore che avanza $b g$ e centro ancora nei due fuochi $e f$ faccio le sezioni $ll m m$ su gli archi nominati. Faccio lo stesso del punto h per aver

gli altri punti ii , nn . Tutti questi punti uniti con una curva, costituiranno una perfetta ellisse.

27. Dati i due diametri conjugati fg , tm di un'ellisse trovarne gli assi. Fig. 18. Tav. 1.

Da un punto estremo di uno di questi f si segni hn perpendicolare all'altro diametro tm , e facciansi hf , fo eguali ad me . Per h e per e si tiri la linea hq indefinita, ed avendo presa eo come raggio si descriva col centro e il circolo poq , questo segnando la linea hq in p , q , mi determinerà in hq la lunghezza dell'asse maggiore, ed in hp quella dell'asse minore.

Ciò fatto sulla linea hq prendasi come raggio hl quarta parte della stessa, e col centro l si descriva il semicerchio hiv e tirisi la corda hi eguale alla metà di hp , l'altra iv sarà eguale alla distanza di uno dei fuochi al centro e .

Adesso per determinare le posizioni degli assi si prenda t come centro e come raggio hv , e si faccia la sezione r sull'altro diametro. Per t ed r segnisi ts indefinita. Dal centro e con un raggio eguale ad iv facciasi la sezione s sulla stessa, e questa sarà la posizione di un fuoco, per cui per s ed e segnando ab indì la cd a questa perpendicolare, avrassi la posizione degli assi, la di cui lunghezza abbiamo di già determinata in hq , ph come vedemmo.

28. Dati i punti estremi di due diametri conjugati, trovarne l'intera periferia. Fig. 18. Tav. 1.

È noto a chiunque che da due diametri posti ad arbitrio, infinite sono le ellissi che si potrebbero ottenere; ma se vi si aggiunge la condizione che questi sieno obbligati alle rispettive tangenti, allora la curva ellittica è limitata ad un solo andamento. Se oltre a questo i due diametri sono paralleli alle rispettive tangenti, che come vedemmo, dal linguaggio geometrico vengono chiamati tra loro conjugati, allora si trova la loro periferia nel modo che sono per spiegare.

Sieno i diametri dati fg , tm ; da un punto estremo di uno di questi f abbasso una linea fn perpendicolare all'altro diametro tm , e la prolungo in maniera che fh sia eguale al semidiametro te . Per h e per e si prolunghi una linea hq , e prendendo su di una linea di carta, come vedemmo nel §. 25., i punti hfn , si faccia

scorrere n su tm ed h su hq , e le posizioni diverse del punto f indicheranno il passaggio della curva ellittica.

29. Dati due diametri non coniugati ma obbligati alle proprie tangenti, trovar altri punti che indichino l'intera periferia dell'ellisse corrispondente. Fig. 2. Tav. 2.

Sieno i diametri dati ab, cd , le di cui tangenti sono ef, gr . Segno due altri diametri il, mn paralleli a queste tangenti: in questa maniera ottengo quattro diametri, due determinati e due no, ma coniugati a due due. Da un punto estremo a di un diametro segno la linea ap parallela alla tangente gr dell'altro, e questo segnando la linea suddetta in o darà in ao un'ordinata al diametro cd , per cui replicato l'intervallo ao da o a p , questo sarà un punto di periferia, perchè costituisce la doppia ordinata ap . Dal punto p segno pn parallela al diametro ab , questa linea viene segata in mezzo del diametro indeterminato il , per cui replicando sp in sn , quest'ultimo farà un altro punto di periferia. Ritorno da n a segnare ng parallela ad il , che sarà divisa per metà dal diametro ab . E così di seguito, se la linea è parallela ad una tangente, sarà divisa in mezzo dal diametro corrispondente, e se essa è parallela al diametro, avrassi il suo mezzo nell'intersecazione di questa col diametro coniugato indeterminato; per cui replicate queste linee su tutti i sensi, avransi tutti que' punti che si desiderano onde precisar con tutta l'esattezza la curva richiesta.

30. Data la periferia di un'ellisse, trovarne il centro ed i due assi. Fig. 14. Tav. 1.

Sia la periferia dell'ellisse $acbd$. Si segnino le due corde ao, ib , inclinate ad arbitrio ma parallele tra loro; indi preso il mezzo delle stesse qv , si prolunghi una linea che passi per questi punti e giunga alla circonferenza eh , questa formerà un diametro dell'ellisse, quindi preso un punto nel mezzo di essa x , questo sarà il centro della stessa ellisse.

Con intervallo arbitrario e centro in x si facciano le tre intersezioni sur su la periferia, e si tirino le linee occulte su, ur . Per x si faccia passare la linea ab parallela alla ru che sarà l'asse maggiore, e la cd che passa pure per x e che è parallela alla su sarà l'asse minore cercato.

31. Data la tangente mn , Fig. 14. Tav. 1. di un'ellisse, precisarne il punto di unione.

Segno tra la tangente mn ed il centro dell'ellisse la linea ao all'altra parallela, della quale prendo un punto q nel mezzo di essa. Per q e per x prolungo la linea xq ad intersecar la periferia in e , ed eccovi il punto cercato.

32. Da un punto e Fig. 14. Tav. 1. segnare la tangente ad un'ellisse.

Ritrovo i fuochi fg nel modo che si è veduto nel §. 26, cioè avendo aperto il compasso in modo da uguagliare la metà dell'asse maggiore, col centro in uno de' punti estremi dell'asse minore facendo le sezioni fg sul maggior diametro: da questi conduco al punto e le linee fe , ge . Col centro in e ed intervallo arbitrario segno l'arco il , e pei punti il faccio passare la linea ao . Dal punto e segno mn parallela ad ao e questa sarà la tangente che bramavasi.

33. Elevare una perpendicolare su di una curva ellittica. Fig. 3. Tav. 2.

Supposto che questa perpendicolare si volesse elevare sul punto p , segno da questo ai fuochi le linee bp , mp , e diviso per metà l'angolo bpm dalla linea ng , questa sarà la perpendicolare cercata.

34. Dato l'asse maggiore ab Fig. 3. Tav. 2. ed un punto e di periferia trovarne l'asse minore; come pure dato l'asse minore cd ed un punto e di periferia precisarne l'asse maggiore.

Pel primo caso, coll'intervallo ah e centro in e facciasi la sezione g su l'asse minore. Tirisi ge , ed fe farà il semiasse minore.

Così pure per trovarne l'asse maggiore prendasi l'intervallo ch , e col centro in e facciasi la sezione f su l'asse maggiore, e prolungando ef sino a g , ge sarà la lunghezza del semiasse maggiore.

35. Dati i due assi di un'ellisse costruirne la di lui periferia con quattro porzioni di cerchio.

Sieno gli assi enunciati ab , cd , Fig. 1. Tav. 2. Dai due punti estremi ac si tiri una linea, indi coll'intervallo oc e centro in o facciasi la sezione q sulla stessa. Prendasi la linea aq e trasportisi in op , oh . Coll'intervallo ap e centro nei due punti ap facciansi le intersezioni tt , indi col centro p la porzione di cerchio tat , e così pure dalla parte opposta. Facciansi pure coll'intervallo

ph e centro in ph le altre sezioni sr , le quali serviranno di centro per le altre due porzioni di cerchio tm , tm . Questo metodo è molto utile e comodo per le ellissi non tanto schiacciate, ma se fossero molto allungate, acciò non scorgasi alcun vizio nelle unioni degli archi, meglio è servirsi del metodo che segue.

36. Nuovo metodo per descrivere un'ellisse qualunque con più porzioni di cerchio. Fig. 4. Tav. 2.

Trovati i punti $abcdefgh$ col metodo che vedemmo nel §. 26. per gli altri lm , si tiri una linea tr perpendicolare e nel mezzo di as , questa unendosi coll'asse minore prolungato in r , sarà il centro per la porzione di cerchio ah , e trasportato dall'altra parte in q avrassi in questo il centro per l'arco opposto dc . Per r e per a si prolunghi una linea, e se ne segni un'altra nel mezzo e perpendicolare ad ab , la quale mi dà nella sua unione colla ar in l il centro per la porzione di cerchio ab . Trasportato poi il punto l dalle parti opposte nei luoghi corrispondenti mno , si avranno in questi i centri anche per le altre porzioni cd , ef , gh . Uniscansi b ed l con una linea, la quale segnando l'asse maggiore in i darà il centro per l'arco bc , e trasportato dall'altra parte p darà il centro per l'altro arco gf .

Con questo metodo, costruendo l'ellisse con maggiori o minori porzioni di cerchio secondo che la stessa è più o meno oblunga, più o meno grande, si ottengono delle ellissi di una perfezione tale che sembrano fatte con un moto continuato.

37. Trovare varj punti che indichino il passaggio della curva di un'ovale. Fig. 5. e 6. Tav. 2.

Fatta l'ellisse Fig. 6. si segni un punto I sul diametro maggiore prolungato, dal quale si tirino le linee IA , IG , tangenti alla stessa ellisse in ag . Si segnino su la porzione ad tanti punti a piacere bc , i quali si trasportano anche dall'altra parte ef coll'egual disposizione. Da tutti questi punti si prolunghino delle linee tendenti ad I ad intersecare la periferia anche dall'altra parte $ilmn$, ed i punti $libc$ si abbassino perpendicolarmente su l'asse maggiore $opqrs$. Si prenda un altro punto H perpendicolarmente sopra I , dal quale si facciano passar delle linee dai punti $hopqrsd$, e si prolunghino a piacere.

Ciò fatto dividansi le linee che partono dal punto I con una linea AG perpendicolare all'asse maggiore, e le sezioni ABCDE FG si trasportino a parte su di una linea ABCDE FG, Fig. 5. Avendo quindi segate anche le altre che partono dal punto H con un'altra linea TO, il punto O si lasci in D. Fig. 5. L'intervallo OZ sarà da C a Z e da E a Z, l'altro OY da B ad Y ed FY, OX da A ad X e GX, OU da B ad U ed FU, OV da C a V ed EV, ed OT da D a T. S'uniscano i punti DZY ec. con una linea e avrassi l'ovale cercato.

Se la linea TO fosse parallela alla AG, la curva che ne risulterebbe sarebbe un'ellisse, e più TO s'inclina rispetto all'altra, più la figura va ad allargarsi da una parte, e ad avvicinarsi al triangolo. Da questo ne viene che facendo le linee AG, TO più o meno vicine al punto rispettivo IH, inclinando più o meno TO, costruendo l'ellisse primordiale di diverse forme, ed anche facendo un circolo se si vuole, si otterranno dei varj ovali di grandezze e forme differenti.

58. Metodo nuovo per delineare qualunque spirale, Fig. 7. e 8. Tav. 2.

Precisata la grandezza dell'occhio della voluta *adbc*, Fig. 7. e l'intervallo dal centro al suo principio in *fA*, si trasporta *fA* a parte, *Xa* Fig. 8. ove si segna anche la grandezza dell'occhio *Xg*. Prendasi *ag* come raggio, e descrivasi il quadrante di cerchio G 8 col centro in *a*. Avendo quindi fissato di quanti giri dev'esser composta la voluta, supponiamo che questi sieno due, si divida il quadrante del cerchio suddetto in otto parti, perchè otto sono appunto le intersezioni, che i due giri della voluta fanno nel traversare le due linee AC, DB, che passan per il centro dell'occhio della voluta, Fig. 7. Dividasi pure il quadrante di cerchio G 8 Fig. 8. in 8 e si tirino le ordinate 8 a *7b*, 6 c ec. sul raggio *ag*, ed avendo di già l'intervallo *Xa* da *f* ad A, prendasi l'altro *Xb* e trasportisi in *fB*, *Xc* sarà eguale ad *fC*, *Xd* ad *fD* ec.

Avendo quindi segnate le linee *ab*, *cd*, Fig. 7. che passan pel centro e dividono per metà l'angolo retto che le due linee AC, DB fanno tra loro, si segni una linea nel mezzo e perpendicolare ad AB, questa unendosi alla *ab* in *e* darà il centro per l'ar-

co A B. Un'altra linea nel mezzo e perpendicolare a B C che va ad unirsi alla *c d* in *i*, mi darà in questo il centro per l'arco B C, e così di seguito sino alla fine.

Per il listello poi, supposto che questo sia il quarto della fascia, si dividan gli intervalli A E, B F, C G ec. della stessa in quattro, ed avendo in questa guisa precisati i punti L M N ec. si replichi l'operazione stessa che vedemmo pei giri A B, B C ec. ed in questa guisa avrassi la voluta compita.

39. Dividere in tante parti a piacere una lunghezza data. Fig. 9. Tav. 2.

Si vuol dividere per esempio la lunghezza *ab* in 7 parti e $1/2$. Segnisi con angolo arbitrario la linea *ac*, ma che s'unisca alla *ab* in un punto estremo *a*, e preso un intervallo ad arbitrio, si replichi 7 volte e $1/2$ sulla linea *ac*. Avendo quindi uniti i punti *cb*, si trasportino gli altri punti della *ac* sulla *ab* sempre parallelamente alla *cb*, che anche la *ab* sarà divisa in 7 parti e $1/2$.

40. Costruzione dell'angolo di proporzione e suo uso. Fig. 10. Tav. 2.

L'angolo di proporzione è comodo per chi disegna, per trovare a dirittura una divisione continuamente eguale in più linee, e ridurre poi le stesse in diversa dimensione.

Supponiamo adunque che si voglia ridurre un disegno due terzi meno di quello che si trova. Si segni una linea *ab*, e su questa si replichi tre volte un intervallo qualunque *af*, *fg*, *gb*, e facendo centro nell'ultimo punto *b* si faccia collo stesso intervallo l'arco *eh*, si faccia pure centro in *a*, ed allargando il compasso sino a *b* si faccia la sezione *e* su l'arco suddetto. Per *a* ed *e* si prolunghi una linea, ed ecco costruito l'angolo richiesto.

Ciò fatto per trovare per esempio il terzo della linea A B, Fig. 13. prendasi l'intervallo A B, e facendo centro in *a*, Fig. 10 si seghino i due lati dell'angolo in *hi*, ed *hi* sarà il terzo di A B, Fig. 13. Così pure se si prende la lunghezza B D, e col centro pure in *a* si segna l'arco *lm*, questo sarà un terzo dell'altra dimensione, e così di seguito.

STEREOGRAFIA

OSSIA

RAPPRESENTAZIONE GEOMETRICA DEI SOLIDI.



La delineazione geometrica degli oggetti è arte necessaria a chi disegna, perchè possa avere nella giusta dimensione gli oggetti stessi onde misurarne qualunque siasi loro parte, e per vederne le loro giuste forme, non come si presentano naturalmente alla vista, ma come realmente sono. È necessario perciò in questa operazione supporre il punto di vista orizzontale con tutti i punti dell'oggetto veduto, ed i raggi che lo rendono visibile sempre perpendicolari alla parete sulla quale è espresso. Una tal maniera di disegnare può definirsi una prospettiva, nella quale il punto di vista siasi discostato ad una distanza infinita dagli oggetti, per cui i raggi vengono ad essere tra loro paralleli.

In generale tutti que' raggi che partono da un oggetto secondo una certa legge, o paralleli o divergenti, chiamasi *sistema de' raggi*, e se essi segnano mediante il loro incontro con qualche superficie la forma dell'oggetto da cui partono, questa dicesi *proiezione* della figura che ne è l'obbietto.

Essendo il sistema de' raggi della stereografia sempre parallelo, ed inoltre perpendicolare al piano sul quale va a segnare la proje-

zione, ne risulta che tutte quelle linee obbiettive, che non sono parallele a questo piano, vengono a prendere su lo stesso una dimensione apparentemente sempre minore della reale. Così se sul piano orizzontale BD , Fig. 11. Tav. 2. si volesse segnare la linea BA egli è chiaro che abbassando i raggi Bb , Aa , la dimensione BA , verrebbe a capire nell'intervallo BE , o ba , colla sola diversità che il punto a intendosi discosto dal piano quanto E lo è da A , e l'altro b appoggiato sul piano stesso.

Ora essendo il disegno la delineazione degli oggetti su di una superficie piana, per la ragione sopra enunciata la reale forma e dimensione dei medesimi non si può descrivere intieramente, se si volessero mostrare su di un aspetto solo, quindi ne viene la necessità di dividerne la loro delineazione in varie operazioni, ciascuna delle quali mostrandoli in quell'aspetto che è necessario, nel tutt'insieme si viene ad ottenere l'intento.

La prima di tutte queste operazioni è il *profilo*. Per profilo propriamente intendosi la sola porzione di corpo, che ne mostra senza alterazione di scorcio o di forma, lo sporto la pendenza e l'altezza dello stesso. Da questo ne viene che un oggetto può aver tanti profili, quante sono le parti che divergono col piano su cui è disegnato.

La *pianta* poi è la proiezione dell'oggetto che si vuol esprimere, sul piano orizzontale. In architettura possono distinguersi due sorta di piante. La prima contiene le sole vestigia dell'edifizio, senza aver riguardo alle particolari forme delle parti di cui è composto, e questa porta il nome di *piano* o *icnografia* dell'edifizio. La seconda mostra la forma particolare di ciascun membro, per cui si esprime l'oggetto intiero come se fosse veduto o di sotto o di sopra, e nel primo caso il disegno prende il nome di *ipografia*, e nel secondo di *iperografia* dell'oggetto.

L'*alzata geometrica* poi è la visione de' corpi in quella posizione che più aggrada. Essa desumesi comunemente dal profilo e dalla pianta, ed è atta a mostrare la forma tanto esterna che interna degli edifizi. Se mostra la parte esterna prende il nome di *ortografia esterna* o più propriamente di *exografia*. Se ne scopre l'interno per mezzo di qualche taglio o sezione nel muro, come accade sovente ne' disegni architettonici, chiamasi *ortografia interna*, *spaccato* o *tomo-*

grafia. E se l'interno può scorgersi senza visibile taglio quasi stando dentro lo stesso, allora gli ultimi due nomi non sono adattati, e prende quello di *entografia*, che equivale a delineazione interna.

Veniamo ora a quelle operazioni particolari che abbisognano, onde delineare un corpo in tutte quelle posizioni che possono abbisognare.

Segnare su qualunque posizione un tetraedro Fig. 11. Tav. 2.

Costruiscasi il triangolo equilatero $c b d$ con un lato $c d$ perpendicolare, e conducansi le linee, che dividono per metà i suoi angoli, a congiungersi nel mezzo a . Questa sarà la pianta.

Innalzisi verticalmente dal vertice a la linea $E A$, b trasportisi in B , e d in D . Scorgerassi che gli spigoli $d a$, $d b$, $d c$, $c a$, $c b$, nel profilo non ritengono la loro reale dimensione perchè sono inclinati col piano orizzontale $B D$, il solo angolo $b a$ che è parallelo a $B D$ riterrà l'intervallo reale $b c$, per cui preso questo con apertura di compasso, col centro in B segnisi la sezione A sulla linea $E A$, e segnando le linee $A B$, $A D$, si avrà il profilo cercato.

Trasporto la pianta nella posizione che più aggrada Fig. 12. ed elevando $E A$ su a , B su b , D su d , e C su c , faccio l'altezza $E A$ eguale ad $E A$ Fig. 11. e segnando le linee $A B$, $A D$, $A C$, avrò l'elevazione del tetraedro per angolo.

Se voglio innalzare questo tetraedro non solo angularmente, ma anche inclinarlo col piano orizzontale, trasporto il profilo Fig. 11. in quella posizione che abbisognami Fig. 13. ed abbasso da A la linea $e a$, e d sarà sotto D , e b sotto B , ed avendo segnato lo spigolo $b a$ corrispondente a $b a$ Fig. 11. faccio $c d$ Fig. 13. eguale a $c d$ Fig. 11. e congiungendo $c a$, $a d$, $d b$, $b c$, avrò ottenuto in $b c a d$ la pianta corrispondente al profilo $D A B$.

Questa pianta la trasporto in altro luogo adattandola a quella inclinazione che voglio Fig. 14. ed elevo A verticalmente sopra a facendo l'altezza $C A$ eguale alla $e A$ Fig. 13. Così B sopra b sarà distante dal piano orizzontale $D C$, come B Fig. 13. lo è da f . Gli altri due angoli $D C$, poichè toccano il piano, saranno su lo stesso sovrapposti ai corrispondenti $d c$ della pianta. Uniti quindi $A B$, $A D$, $A C$, con una linea, questi saran gli angoli solidi del poliedro.

Se poi questo solido lo voglio innalzato angularmente, ma in modo che nessun angolo abbia l'ugual posizione sul piano della ter-

ra, trasportata la pianta della Fig. 11. nella posizione inclinata che più aggrada Fig. 12. se ne ricava il profilo, come già vedemmo, il qual pure trasporto a parte nella posizione a piacere Fig. 15. Abbasso le linee Cg , Af , Dd , Be , ed avendo segnata la linea eg , come pure la eg Fig. 12. faccio eb Fig. 15. eguale ad eb Fig. 12. d resta a suo luogo, e fa sarà eguale ad fa , gc a gc .

Ottenuta in questa guisa la pianta corrispondente del profilo Fig. 15. trasporto anche quella come tutte le altre nella posizione che desidero Fig. 16. nella quale innalzo sui punti corrispondenti le linee GA , ED , FB e facendo GA eguale a GA Fig. 15. ED eguale ad ED , FB eguale ad FB , avrò la delineazione del solido in quell'aspetto che cercavasi.

Dall'operazione enunciata scorgerassi, che un profilo solo ed una sol pianta non sono sufficienti per innalzare un solido su tutte le posizioni, ma si rendono necessarie più o meno operazioni preparatorie, secondo che l'elevazione è più o meno complicata. Così per avere l'elevazione Fig. 12. basta l'operazione della Fig. 11. ma per innalzarla come nella Fig. 14. è necessario il profilo Fig. 11. nella posizione Fig. 13. dalla quale poi si ricava la pianta corrispondente e l'elevazione Fig. 14. Molto più per avere la posizione della Fig. 16. si rende necessaria l'operazione Fig. 12. della quale inclinandone il profilo come aggrada Fig. 15. si ottiene la pianta corrispondente di questa, e con essa l'intera elevazione Fig. 16.

Dunque l'operazione Fig. 11. è la base onde rinvenir tutte le posizioni del solido. Essa perciò può ritenersi propriamente il nome di operazione primordiale. La Fig. 12. ritenuta come preparatoria per l'elevazione Fig. 16. chiamerassi operazione secondaria; ed il profilo e pianta Fig. 15. da cui direttamente se ne ricavan le dimensioni, chiameransi pianta e profilo particolare della Fig. 16.

2. Trovar le varie posizioni di un quadrato o plinto.

• • S'incominci dal farne il profilo e la pianta primordiale Fig. 1: Tav. 3. Quest'ultima si pone nella posizione che si vuole Fig. 2. ed innalzando dagli angoli di essa le verticali Dd , Cc , Bb , Aa , si faccia anche l'altezza eguale a quella del profilo Fig. 1. e così otterrassi la sua elevazione orizzontalmente per angolo.

Se poi questo plinto si volesse elevato da una parte si metta il

profilo Fig. 1. nella posizione cercata Fig. 3. e si abbassino dai punti A B E G le linee Ef , $A c$, $G h$, $B d$, e così si otterranno le dimensioni $a b$, $c d$, $f h$, $e g$, corrispondenti ai lati A B, E G del profilo, i quali per esser inclinati col piano orizzontale restano in pianta accorciate. Le larghezze poi $e f$, $a c$, $g h$, $b d$ essendo orizzontali, non soffrono alterazione alcuna, e saranno eguali all'intervallo A B.

Fatta in questa maniera la pianta, si trasporti nella posizione che si vuol vedere Fig. 4. ed innalzando dai punti $d b$ le linee $d D$, $b B$, e dal punto B del profilo Fig. 3. segnando la linea B B, si avranno, nell'intersecazione D B due angoli dell'alzata. Dagli angoli $h g$ innalzando pure le linee $h H$, $g G$, e trasportando orizzontalmente G Fig. 3. si avranno in H G due altri angoli del plinto. Facendo lo stesso degli altri punti si avrà, come può scorgersi dalla figura, l'intera elevazione cercata.

Se poi questo plinto si volesse inclinato in modo che ciascun angolo avesse una posizione diversa sul piano che appoggiasi, allora trasportasi la pianta Fig. 1. nella posizione a piacere Fig. 2. ed ottenuto come vedemmo antecedentemente il profilo secondario corrispondente, si trasporti questo in altro luogo inclinandolo come si desidera Fig. 5. ed abbassando quindi dai punti D C B A, H F G E le linee $H h$, $F f$, ec. ad intersecar le corrispondenti $c f c$, $a e a$, $d h d$, $b g b$, che partono dalla pianta Fig. 2. si ottengono i punti $f c e a h d g b$, che costituiscono la pianta corrispondente al profilo sovrapposto.

Questa si trasporti nella posizione a piacere Fig. 6. ed innalzando da questa le perpendicolari $h H$, $d D$, ec. e dal profilo Fig. 5. conducendo le orizzontali $H H$, $D D$, ec. ad unirsi alle corrispondenti della pianta avrassi l'elevazione cercata come si vede nella Fig. 6.

3. Elevare un cilindro inclinato Fig. 7.

Sia il cilindro da elevarsi I L M N, abbasso le linee verticali I i M m, P p o dai punti I P M, come pure dai punti della base inferiore L Q N le altre L l, Q q r, N n, faccio $q r$, $p o$ eguali alla larghezza del cilindro, e nel mezzo e perpendicolarmente a queste segno $l m$, le quali segnando le verticali abbassate dai punti I L M N, mi daranno in $l n$ l'asse minore dell'ellisse che costituisce la base inferiore del prisma in iscorcio, ed in $i m$ l'asse minore della base superiore. Le linee $q r$, $p o$, già trovate ne saranno i rispettivi assi maggiori, coi quali si ha l'intera periferia con uno dei metodi prev-

messi nella planigrafia. Uniti quindi i punti qp, ro , con una linea avrassi l'intera pianta, cercata.

Trasportando questa nella posizione che si vuole Fig. 8. ed innalzando dalla base superiore $ipmo$ le linee $iI, pP; mM, oO$, e dal profilo conducendo le corrispondenti $II, P OP, MM$ avrassi i diametri IM, OP , corrispondenti agli altri im, op , i quali in questo luogo per essere in iscorcio, non potranno più costituire i due assi dell'ellisse che ne risulta, ma verranno ad essere due altri diametri secondarj. Ma siccome due linee parallele viste geometricamente su qualunque direzione saranno sempre parallele, così questi diametri essendo il prodotto di due diametri conjugati, conserveranno pure il parallelismo colle rispettive tangenti, e seguiranno ad essere tra loro conjugati, perciò col metodo spiegato nella planigrafia §. 28. avrassi anche qui l'intera periferia.

Oppure volendo risparmiare quest'operazione si elevino dalla pianta le verticali zZ, zZ tangenti in $z z$. Questi punti si trasportino nella pianta del profilo $z z$ Fig. 7. ed innalzandoli nel profilo in $Z Z$ si trasportino ad intersecar le verticali enunciate dell'alzata in $Z Z$ Fig. 8. Questi punti uniti agli altri $I P M O$ indicano bastantemente la curva della base, molto più essendo nota la rispettiva tangente di ciascuno; poichè ad $I M$ è tangente la orizzontale che passa per essi, gli altri $Z Z$ hanno per tangenti le verticali $Z z Z z$, e degli altri $O P$ è tangente quella linea che passa per essi parallelamente al diametro $I M$.

Ciò che dissi della base superiore, intendasi anche dell'inferiore, le quali unite poi con due linee $Z X, Z X$, a loro tangenti, daranno l'elevazione compita, come bramavasi.

4. Trovare l'elevazione inclinata del toro di una base Fig. 9.

Appoggiato il profilo nella situazione a piacere bisogna farne la pianta in questo modo. Si abbassino le due verticali $A a, F f$ tangenti al toro, e si segni l'orizzontale $a f$; perpendicolarmente nel mezzo di $a f$ si elevi la linea $h h$ facendola eguale alla maggior dimensione del toro $C D$.

I quattro punti $h f h a$ indicano in essi il passaggio della periferia del toro, che se fosse ellittica sarebbe subito tracciata col metodo espresso nella planigrafia. Ma essendo questo l'unione di due rette

e due semicerchj la curva che ne risulta è irregolare, quindi per trovare altri punti bisogna servirsi di questo metodo.

Paralella alla direzione del toro si segni la linea CD , e si abbassino su la af i punti cd . Nel mezzo della linea CD si abbassi gg e si faccia eguale all'intervallo CD . Ritengansi gg , cd , come due assi di un'ellisse quale si segna col metodo noto. Facendo altre sezioni come questa si avranno altre figure ellittiche alle quali la curva del toro è tangente, per cui si avrà dalle stesse la traccia di esso bastantemente indicata. Il metodo col quale si ottiene la pianta del listello, è lo stesso di quello con cui trovammo le due basi del cilindro, Fig. 7.

Trasporto la pianta a suo luogo Fig. 10. e segno le due orizzontali EE , BB , tangenti al profilo in E B Fig. 9. Abbasso questi punti nella pianta eb , e li trasporto nell'altra Fig. 10. eb , innalzo e in E , e b in B , ed avrò in questi due punti il passaggio della curva del toro; segno pure le verticali il , ll tangenti alla pianta in i l , questi punti li trasporto nella pianta del profilo il Fig. 9. ed avendo uniti i punti A F con una linea, trasporto su questa i punti il in IL , trasporto questi pure nell'alzata sulla corrispondente linea ed avrò in IL Fig. 10. due altri punti di passaggio della curva del toro.

Per determinare più precisamente questa curva, è d'uopo trasportare la sezione CD Fig. 9. ed altre se ne abbisognano nell'alzata Fig. 10. la quale operazione essendo eguale a quella con cui vedemmo trovarsi le basi del cilindro Fig. 8. sembrami inutile il darne la spiegazione. La curva del toro sarà tangente a quest'ellissi o sezioni, come si è veduto nella pianta.

5. Trovare la pianta, il profilo ed altre posizioni di un ottaedro Fig. 1. Tav. 4.

Per farne la pianta si descriva l'esagono $afbecd$, ed il triangolo inscritto in esso abc ; innalzate quindi le linee aA , cC indefinite, come pure sul piano DE i punti dce , prendasi col compasso l'intervallo ab , e facendo centro in D si faccia la sezione C su la linea cC , si tiri l'orizzontale AC , ed uniscansi i punti A D , D C , C E con una linea, ed avrassi il profilo primordiale dell'ottaedro.

Trasporto la pianta in un'altra posizione, Fig. 2. e verticalmente sopra i punti corrispondenti della pianta innalzando i punti A C B , F D E , all'altezza che si trovano nel profilo Fig. 1. unico

DA, DC, CE, EB, ed eccomi un'alzata per angolo del solido nominato.

Volendo lo stesso inclinato anche col piano su cui è appoggiato, si metta il profilo Fig. 1. nella posizione che si brama Fig. 3. ed abbassate le linee Aa, Dd, Cc, Ee , trasporto i punti $afbecd$ Fig. 1. ad intersecar la linea corrispondente della Fig. 3. ed in questa guisa otterrò in $fbecda$, la pianta del profilo ACED.

Trasporto questa pianta inclinata ad arbitrio in altro luogo Fig. 4. e come vedemmo più volte, innalzando da questa delle linee verticali ad unirsi alle corrispondenti orizzontali che partono dal profilo particolare, avrassi l'elevazione come vedesi nella Fig. 4.

6. Trovare la pianta ed il profilo di un dodecaedro. Fig. 5. Tav. 4.

Facciasi prima di tutto il decagono $mnpqrstvu$, e costruisca di grandezza arbitraria il pentagono $abcde$ Fig. 9. Tirisi pure in questo la diagonale ac , sulla quale si segni l'intervallo lg eguale ad mo Fig. 5. in modo che vi abbia tanto da una parte che dall'altra, segnisi dal punto a del primo pentagono al centro o una linea ao , e dall'altro l la lm alla prima parallela. Ritengasi lm come raggio di un circolo che contenghi il pentagono $lfg hi$ eguale ad uno di facciata del dodecaedro.

Segnato questo pentagono nel mezzo del decagono nominato $abcde$ Fig. 5. in modo che abbia un lato cd perpendicolare; uniscansi gli angoli di esso cogli altri $nprtu$, facciasi pure l'altro pentagono punteggiato $fghil$ eguale al primo, ma situato in modo che ove questo ha un angolo l'altro abbia un lato, e questo formerà la base opposta al piano $abcde$ sulla quale è appoggiato.

Ottenuta in questa guisa la pianta, innalzansi i punti $fghil$ sulla linea del piano $L IH$, ed avendo innalzata indefinitamente la linea $u U$, prendasi l'intervallo nf Fig. 9. e col centro L facciasi la sezione U sulla stessa. Avendo pure dal punto q innalzata $q Q$, facciasi su questa con intervallo hg Fig. 9. e centro H la sezione Q , ed uniscasi $U L$, $Q H$ con una linea, dal punto U segnisi la $U A$ eguale e parallela alla $H Q$, e dall'altro Q la $Q D$ eguale e parallela alla $L U$, ed avendo congiunti anche i punti $A D$, avrassi il dintorno del dodecaedro.

Dal punto U segno la linea orizzontale UR sulla quale trasporto gli angoli *unprt* della pianta. Dal punto Q conduco pure l'orizzontale QV, sulla quale innalzo gli altri punti *vmogs*. Unisco questi cogli altri come vedesi nella Fig. 5. ed ecco ottenuto il profilo del poliedro enunciato, col quale si ottengono poi tutte quelle altre posizioni operando come più volte si è veduto.

7. Trovare la pianta ed il profilo d'un iscosaedro, Fig. 6. 7. 8.

Per ricavarne il profilo, esige la costruzione del solido che si faccia prima la seguente operazione. Si costruisca il decagono, Fig. 7. nel quale vi s'inscriva il pentagono DFHLN ed in questo i triangoli ADF, AFH ec. che s'uniscano al centro A, così pure nello stesso decagono s'inscriva l'altro pentagono punteggiato CEGIM, ed in questo come nel primo i triangoli CAE, EAG ec. Tutti questi insieme costituiranno i 20 triangoli di cui è composto il solido enunciato.

Si faccia partire dal punto D l'orizzontale DD. Fig. 6. 7. e dall'altro A, Fig. 7. l'orizzontale AB. Prendasi l'intervallo DF, e facendo centro in un punto A, Fig. 6. sulla linea AB si faccia la sezione D su l'altra linea DD. Si abbassi dal punto D la verticale DL e dall'altro L. Fig. 7. si faccia partire un'orizzontale a segarla in L, Uniscansi DA, AL con una linea, e col centro in L ed intervallo LA si faccia la sezione I sulla linea II che parte dal punto I. Fig. 7. Congiungansi pure I L. Fig. 6. e da I s'innalzi IE indefinita. Dal punto D si faccia partire una linea ED parallela alla IL, e da E la EB parallela alla AL, e congiungansi i punti IB.

Uniti quindi anche i punti BLEA con una linea, come pure gli altri MN, ecco costruito il profilo cercato.

Sarà facile il comprendere, che questo solido non toccando il piano orizzontale che nel punto I, è impossibile che stia appoggiato sul piano stesso come accaderebbe se naturalmente vi si gettasse, perciò si trasporta a parte adattando la linea IL al piano come vedesi nella Fig. 8.

Si abbassino quindi prima di tutto le linee Bb, Aa, e si tiri l'orizzontale ba, I si abbassi su questa in i, e D in d. Le linee ce, lh saranno metà per parte della ab verticalmente sottoposte ai rispettivi punti E L, e di egual dimensione delle CE, LH. Fig. 7 e gli inter-

valli mg , nf saranno eguali ai corrispondenti MG , NF . Fig. 7. Tutti questi punti poi uniti con linee disposte come si vede, formano l'intera pianta cercata.

Per segnare la pianta della Fig. 7. credo che non vi sia bisogno di spiegazione essendo per se stessa troppo chiara la costruzione. Solo si può avvertire che gl'intervalli mn , gf , vengono ad essere eguali alla distanza che vi è tra le linee EI , DL . Fig. 6. presa in senso orizzontale, ed ab ad AB della stessa Fig. 6.

8. Innalzare una sferoide a tre facce, Fig. 10. 11. 12. 13.

Fatto il profilo e la pianta che è egualissima all'altro come vedesi nella Fig. 10. si trasporti quest'ultima nella posizione della Fig. 11. All'altezza della AD , Fig. 10 si segni la IH , Fig. 11. e su questa s'innalzino i punti ad della pianta sottoposta. S'innalzino pure su questa linea i punti $ighl$, e verticalmente sopra be s'innalzino le linee FB , CE eguali ad FB , EC , Fig. 10. BF , IG saranno i due assi per segnare l'ellisse $IBGF$, ed LH , CE , gli altri per segnare la faccia $LCH E$. Il punto D che si trova nello spazio dell'ellisse $LCH E$ non ha alcuna linea visibile che l'unisca alla periferia corrispondente, una il suo rilievo tutto dipende dalla luce che li partecipa la conveniente modificazione di chiaroscuro.

Per avere la posizione dello stesso solido inclinata, si trasporti il profilo, Fig. 10. come vedesi nella Fig. 12, da questo si otterrà la pianta sottoposta nello stesso modo che vedemmo dalla pianta Fig. 11. ricavarne l'alzata soprapposta. La pianta, Fig. 12. poi trasportata a suo luogo Fig. 13. si ha elevando delle linee ad intersecare le corrispondenti del profilo, Fig. 12. l'alzata in iscorcio della Fig. 13. il tutto come vedemmo trovarsi l'elevazione del cilindro, Fig. 8. Tav. 3.

9. Trovare la posizione in iscorcio di un'ellissoide, Fig. 1. e 2. Tav. 5.

Sia data la reale posizione del solido nel profilo Fig. 1. Abbasso le due linee Aa , Bb tangenti allo stesso in AB , e segno la linea AB , e questa sarebbe la traccia che produrrebbero i punti di tangenza di tante verticali, che circondassero l'ellissoide. La linea AB dunque corrisponderà alla periferia della pianta.

Segno in questa l'orizzontale ab . Nel mezzo e perpendicolare a questa segno cc facendola eguale all'intervallo del minor diame-

tro dell'ellissoide G F. Colle due linee ab , cc prese come assi segno l'ellisse $acbc$, quale sarà la pianta cercata.

Trasporto questa nella porzione che più mi aggrada, Fig. 2. ed innalzo le due tangenti sS , tT . I punti di tangenza st li trasporto nella pianta st . Fig. 1, gli innalzo sulla corrispondente linea $S T$, e li trasporto orizzontalmente nell'alzata in $S T$, Fig. 2. Unisco questi due punti con una linea, essa sarà un diametro dell'ellisse dell'alzata che ha per tangenti le verticali Ss , Tt .

Segno pure dal profilo le orizzontali NN , OO tangenti allo stesso in NO . Abbasso questi punti nella pianta sulla linea ab in no , li trasporto nell'altra no , Fig. 2. e gli elevo nell'alzata NO . Unisco pure questi due punti con una linea, quale sarà un altro diametro le di cui tangenti saranno le orizzontali NN , OO . Con questi due diametri si ha mediante il metodo premesso nella planigrafia § 29. l'intera periferia dell'alzata.

Per trovare anche in questa quella linea che corrisponde alla periferia della pianta, che quivi per essere il solido voltato non può più essere in linea retta, si segnino tanti punti a piacere sulla pianta Fig. 1. ll , mm , verticalmente gli uni sopra agli altri per la maggior facilitazione, questi si trasportino nel profilo in LM . Trasportati i primi nella pianta dell'alzata ll , mm , Fig. 2. gl'innalzo ad intersecare le linee corrispondenti che partono dal profilo, essi daranno i punti LL , MM coi quali e cogli altri ST , segno la periferia $S L M T M L$ cercata.

10. Trovare la curva di alcune foglie intagliate in uno sguscio, Fig. 3. Tav. 5.

Dato il profilo nel quadrante di cerchio $ABCD$ e la pianta in X , bisogna prima di tutto sviluppare la curva $ABCD$, per vedere la giusta forma che si vuol dare alle foglie stesse, il quale sviluppo si eseguisce col seguente metodo. Dividesi la curva suddetta in tante parti a piacere; in quanto maggior numero di parti si dividerà essa curva l'operazione riuscirà più esatta, ma in questo caso essendo inutile l'esattezza matematica può dividersi in tre AB , BC , CD . Queste tre dimensioni si trasportano a parte su di una linea retta dx , Fig. 4. e tiransi le linee cc , bb , aa , ed avendo nella pianta la larghezza della base delle foglie aa , Fig. 3. quale di-

pende dalla quantità che vi si vuole far contenere, si trasporti uno di questi intervalli in *aa*, Fig. 4. e ritenendo questa come larghezza ed *xd* l'altezza, si disegnino le foglie con quella forma che più piace.

Avendo quindi dal profilo abbassati i punti *CB* e segnate le circonferenze *ccc*, *bbb* si trasportino gl' intervalli *cc*, *bb* dello sviluppo ciascuno sulla linea corrispondente, come si vede, notato colle stesse lettere. Ed ecco in questa maniera ottenuto esattamente la forma delle foglie nella pianta.

Avendo quindi dai punti *CB* nell'alzata segnate le orizzontali *CC*, *BB*, s'innalzino verticalmente tutti i punti *abcd* della pianta, ciascuno sulla linea corrispondente; come pure, se si vuole s'innalzi anche la linea che segna il mezzo delle foglie elevando i punti *efg*. Questi punti uniti con una curva, daranno l'andamento che le foglie suddette prendono nell'alzata.

11. Trovare la forma degli uovali tanto nella pianta che nell'alzata, Fig. 5. Tav. 5.

Niente dissimile è quest'operazione dell'antecedente. Si divida il profilo in tre delle parti *AB*, *BC*, *CD*, e si trasportino a parte segnando le linee *aa*, *bb*, *cc*, *dd*, Fig. 6. ed avendo fatte nella pianta le divisioni *dd*, *aa*, Fig. 5. si trasportino gl' intervalli *ddd*, *aaa* nello sviluppo *dd aa*, Fig. 6 e si segnino gli uovali come si vede. Trasportate quindi tutte le intersecazioni delle linee che formano la nicchia di detti uovali colle altre *dd*, *cc*, *bb*, *aa*, a suo luogo nella pianta, e da questa nell'alzata, avrassi l'andamento della stessa in tutte e due le figure, come si vede. Ottenuto in questa guisa l'andamento dalla corteccia o nicchia che dir vogliamo degli uovali, si segni la curva *ff* in tutti, che ne costituirà la loro forma in pianta, ed innalzata quindi la linea *ll* tangente a questa curva, avrassi l'intervallo che resta tra l'uovo e la corteccia nelle diverse loro posizioni.

Se si volesse trovare esattamente anche tutta la curva degli uovali, sarebbe d'uopo servirsi della regola che diedi per trovare l'alzata del toro Tav. 3. Fig. 9. ma ciò sarebbe una servilità ed un pendatismo eccessivo, e ci vorrebbe un occhio ben poco esercitato per isbagliare a segnarli nell'alzata dopo avere ritrovato i punti che abbiamo detto.

Per avere con precisione la situazione della freccia sarebbe utile il trasportare nelle operazioni della Fig. 5. anche la linea *xx*, Fig. 6. che determina il principio della stessa.

12. Segnare una voluta in iscorcio, Fig. 7.

Disegnata la facciata X e la pianta Z si segnino le due linee B L, A A, che passino pel centro, e tutte le intersezioni di queste col giro tanto del listello che della voluta si abbassino nella pianta a, *b c d e f g h i l*. Per avere più precisamente la curva cercata si può abbassare anche la linea M M, quale darà il punto *m* nella pianta.

Si trasporti questa pianta con tutti i suoi punti nella posizione che si vuole V, ed innalzando da questa le verticali ad intersecare le orizzontali corrispondenti del profilo, avransi i punti che determinano la traccia dell'intera voluta, come rendesi manifesto osservando la figura.

13. Innalzare un capitello corintio, Tav. 6.

Per fare il profilo di questo capitello si opera in questo modo. Dividasi l'altezza totale dello stesso in sette parti, due sono per il primo ordine di foglie, due per il secondo, due all'intervallo tra queste e la tavola, ed una per la tavola listello ed uovolo, che tutto insieme dicesi abaco.

L'altezza del rovescio delle foglie è $\frac{1}{4}$ dell'altezza delle foglie del primo ordine.

Si divide la distanza che v'è tra le foglie maggiori all'abaco in sei, una di queste è per l'altezza del becco della campana, tre sono per le volute piccole, e due per lo spazio che resta. Le volute grandi comprendono l'altezza della campana e delle volute piccole.

L'abaco si divide in due; una parte è per la tavola e l'altra per il listello ed uovolo. Questo è il doppio più alto dell'altro.

Trovate in questa maniera tutte le altezze delle parti che compongono il capitello corintio, si prenda l'intervallo che v'è tra la tavola dell'abaco al tondino della colonna, vale a dire $\frac{6}{7}$ di tutta l'altezza, e questa determinerà lo sporto maggiore A B Fig. 1. dell'uovolo. La tavola D ritrocede dall'uovolo due volte l'altezza di questo, ed il listello una e $\frac{2}{3}$.

Ottenuto il profilo B C D, dell'abaco, si abbassa verticalmente nella pianta *bb*, *cc*, *dd*. Fig. 2. La larghezza *bb* è eguale all'altezza dell'uovolo, e l'altra *dd* $\frac{1}{4}$ di questa.

Per trovare il centro della curva dell'abaco in pianta, si tiri la linea *ba* e su questa costruiscasi un triangolo equilatero, l'angolo di questo opposto al lato *ab* sarà il centro suddetto.

Segnate quelle linee, che formano l'abaco in pianta avransi gli sporti minori dello stesso Vn , Vm , Vl , i quali si trasportano nel profilo LMN. Bisogna avvertire che gli sporti in pianta s'intendono sempre dal centro V e nel profilo dalla linea AA.

Si segni dai due angoli della tavola dell'abaco in pianta la linea df , e si porti l'angolo i dell'uovo perpendicularmente su questa in h , ed avrassi Vh sporto delle volute grandi. Facciasi sq la metà di ph , ed avrassi in Vs lo sporto delle volute piccole ed in Vq quello delle foglie grandi. Le foglie piccole sportano $\frac{1}{3}$ meno di queste, così pure il becco della campana R. Questa nella sua estremità inferiore ritocce dal fusto la metà dell'altezza del suo becco, acciò le foglie non oltrepassino il vivo della colonna. Facciasi lo sporto AO eguale a quello della pianta Vo; e tirando per R e per O una linea, questa indicherà l'inclinazione del fiore, la cui larghezza in pianta è eguale ad OR.

Segnato con questi dati il profilo e l'ossatura della pianta, veniamo al modo di trasportare le foglie e le volute nella pianta, e da questa nell'alzata.

Delle foglie.

Se ben s'osserva alla regola che diedi nel § 10. spiegando la maniera d'innalzare le foglie in uno aguscio, poco resterebbe a dire in questo caso, non essendo punto dissimile l'operazione, ma siccome quivi riesce un poco più complicata, per cui taluni potrebbero trovarsi imbarazzati nell'applicarla, mi faccio carico di accennarla per intiero.

Primieramente è d'uopo farne lo sviluppo, Fig. 4., avvertasi che la porzione 2345 essendo di una curva molto precipitosa, per averla esatta bisogna dividerla in piccole parti, delle quali poscia si ritengono solamente quelle linee che abbisognano.

Così quivi avendo segnate nel profilo delle foglie piccole, Fig. 1. le linee 11, 22, 33, 44, 55 si trasportano come dissi nello sviluppo, 11, 22, 33, 44, ed avendo precisata la larghezza della base xx, si disegni la foglia come si vede, facendo servire le stesse linee per la maggior esattezza ed economia nel notare le divisioni che sonovi nella stessa foglia.

Abbassati i punti 12345 dal profilo nella pianta, e segnatone

le rispettive circonferenze 4444, 3333, 2222, 1111. si trasportino gli intervalli dello sviluppo ciascuno al loro luogo e sulla linea corrispondente, come vedesi nella pianta segnata cogli stessi numeri. Dal profilo poi si tirino le orizzontali 11, 22, 33, 44, 55 e prolunghinsi nella facciata, Fig. 3. e su queste si trasportino perpendicolarmente i punti corrispondenti della pianta; quali punti uniti con una linea; questa darà la forma che le foglie prendono nella loro diversa situazione.

Delle Volute.

Segnati i due quadretti *vv*, Fig. 2. i quali occupano lo spazio che evvi dalla campana al vivo del fusto, e s'uniscono tra loro precisamente nel mezzo delle foglie piccole, s'innalzi *z* in *E*, ed avendo tirata la verticale *H Y* tangente alla voluta del profilo in *H*, si tiri da questo la linea *H X*, e si trasporti verticalmente su questa il punto *h* della pianta in *V*. Ritengansi le linee *UN*, *Z Y* come tangenti, *E* il principio, e *V* un altro punto di passaggio di un angolo del gambo della voluta grande, e segnisi la curva *Z V U S E*, dalla quale dipende la forma e l'andamento che si vuol dare allo stesso gambo. Questo s'abbassa nella pianta col seguente modo; si tiri per esempio la linea *X T*, e guardando bene a non confondersi col prendere un angolo per un altro, si prenda l'intervallo *X T*, ed appoggiando il compasso nel centro della pianta si descriva la porzione di cerchio *t*, sulla quale si abbassa verticalmente il punto *S* in *t*. In questa maniera si possono trovare quanti punti si vogliono, e segnata la curva *z t h* si ha la traccia di quest'angolo nella pianta, che quivi è d'uopo avvertire che resta nascosto e perciò è segnato colla linea punteggiata.

Operando in questa guisa si potrebbero ritrovare tutti e quattro gli angoli di questo gambo di voluta, ma a me sembra che questo debba bastare, per indicarne l'andamento a chi ha un discreto occhio, per cui segnato per intiero, gli si unisce anche il giro della voluta trasportando le larghezze orizzontali del profilo nella pianta in modo che *hu* sia eguale a *P H*, *rr* a *Q I* ec. Questa voluta nell'avvicinarsi al centro va sporgendo più o meno a seconda del genio dell'artista.

Ciò può intendersi anche per le volute piccole: le quali replicate in tutti que' luoghi che abbisognano, si ha l'intiera pianta e

con questa l'intera alzata, trasportandole nel modo che già vedemmo.

Dai pochi esempj che io diedi onde regolarsi nella delineazione geometrica di diversi corpi, si può comprendere la maniera di agire in qualunque caso, poichè questo è il principio unico ed inalterabile, con cui si possono eseguire anche le più complicate e difficili operazioni. La difficoltà sta solo nel non confondersi coi punti, e tener bene a memoria quello che in tutte le figure è lo stesso. È perciò buona regola il contraddistinguere i punti corrispondenti di ciascuna operazione con una lettera eguale, come si vede nelle figure dimostrate. Il che contribuisce eziandio a meglio concepire la costruzione di questa regola.

SCENOGRAFIA

OVVERO

DELINEAZIONE PROSPETTICA DEGLI OGGETTI.



La Prospettiva lineare è l'arte di mostrare su di una superficie piana gli oggetti, come si presentano naturalmente a nostri occhi; vale a dire, che per mezzo delle linee e loro dimensione apparente, indichino la posizione reale, il rilievo e la forma propria.

La Prospettiva è una parte delle matematiche, perciò le di lei regole non sono arbitrarie, ma hanno basi certe, e sono appoggiate a principj infallibili, la verità dei quali può essere dimostrata col metodo della geometrica convinzione.

Ma siccome quest'arte è necessaria più a' pittori che ai matematici, ai quali spetta l'esecuzione delle regole rinvenute dai secondi, e che per lo più sono digiuni di geometria, e poco volentieri si applicano alle severe regole di essa; ne viene che non vi ha scienza od arte nella quale la teorica sia sì disgiunta dalla pratica

come in questa. Da ciò ne nasce che ben di rado ella viene eseguita con quella precisione di cui è suscettibile, stantechè chi conosce perfettamente l'indole e la base delle di lei regole, ben di rado avviene che le sappia mettere in esecuzione, e chi a quest'ultima si dedica, quasi mai sa la cagione per la quale si opera, ed eseguisce materialmente quelle regole che ha superficialmente apprese, per cui non conoscendo i principj, alle volte svia nell'applicarle, o si fa lecito per ottenere un preteso effetto pittorico di alterarle in cose principali che scemano l'effetto stesso, o non sa svolgersi a certi altri che il libro od il maestro non ha saputo prevedere, od allunga l'operazione, per cui riesce noiosa e per la troppa complicazione forse inesatta.

Egli è ben vero che se io volessi dare le dimostrazioni della teoria prospettica appoggiandola continuamente a dimostrazioni geometriche, forse mi distaccherei di troppo dal mio assunto, quale è quello di far conoscere ai pittori la base della prospettiva senza obbligarli seriamente ad uno studio che essendo estraneo alla loro arte potrebbe agli stessi esser noioso ed inutile. Ma conoscendo altronde che io potrei giungere allo scopo per una via molto più breve, ed alla loro intelligenza forse più adattata, io mi restringerò alla sola cognizione delle linee proporzionali, alle quali la prospettiva è per lo più appoggiata, le quali poscia applicherò alla natura della prospettiva stessa, che è quella di considerare la pittura su la superficie, come una sezione di tutti que'raggi che partono dagli oggetti che si suppongono collocati dentro di essa. Principio che quanto è più semplice e adattato alla capacità di tutti, altrettanto è secondo me anche il più giusto e persuasivo. E così essendo io credo che otterrò forse l'intento con miglior successo, di quelli che a principj molto astrusi e complicati si sono appigliati.

DELLE LINEE PROPORZIONALI.

Si dicono proporzionali quelle linee che hanno, paragonate tra loro, una misura della stessa specie. Supponiamo, se di tre linee la seconda contenesse due volte la prima, e la terza altrettante volte la seconda, queste saranno tra loro proporzionali, la quale proporzione per

- abbreviazione si esprime così: $1:2::2:3$. che è lo stesso che dire la 1 sta alla 2 come la 2 alla 3, ovvero si ha tanto dalla 1. alla 2. come dalla 2. alla 3.

Per intendere bene la soluzione dei teoremi che seguitano è d'uopo premettere le seguenti cose:

1°. Due linee rette ab , cd , Fig. 1. Tav. 7. che s'intersecano scambievolmente in e formano 4 angoli, dei quali i due tra loro opposti al vertice si dicono conseguenti, così aed sarà il conseguente di ceb , ed aec di deb , e viceversa.

Si comprenderà altresì che gli angoli conseguenti sono tra loro eguali. Imperocchè avendo be la direzione di ca , e de quella di ec , se io dividessi l'angolo deb dall'altro cea , e sovrapponeessi il vertice di uno sul vertice dell'altro ed un lato di uno sul lato di un altro, l'altro lato dell'angolo sovrapposto andrebbe conseguentemente a confondersi coll'altro lato dell'angolo sottoposto.

2°. Se due linee parallele ab , cd , Fig. 2. sono segate da una linea retta gh , ne nascono 8 angoli, dei quali i due aef , efd , come pure gli altri due cfe , bef , si dicono alterni-interni, e gli altri aeg , dfe , alterni-esterni, e così gli altri due geb , cfh .

Si comprenderà che tutti gli angoli alterni, sono a quattro a quattro eguali, imperocchè essendo come abbiain veduto aeg , eguale al suo conseguente bef , e geb ad aef , inoltre avendo cd la direzione di ab , ed he quella di gf , se io sovrapponeessi il punto f al punto e , e la linea cd alla ab , la linea he coprirebbe la fg , e gli angoli conseguenti di ciascuna linea si confonderebbero.

Per la medesima ragione si comprenderà che se io segnassi una linea fg , Fig. 1. parallela alla de , e gh parallela alla eb , l'angolo fgh sarà eguale all'altro deb , e conseguentemente ad aec .

3°. Che due figure sono riputate eguali, quando sovrapposte l'una all'altra tutti i lati corrispondenti si confonderanno. Così se sovrappondo il lato ba , Fig. 3. del triangolo bac , all'altro de , del triangolo def , se i lati ac , cb , ba dell'uno corrisponderanno esattamente agli altri df , fe , ed dell'altro, saranno tra loro eguali.

Si può comprendere che un triangolo che abbia un lato eguale ad un altro e due angoli parimenti eguali, saranno eguali in tutte.

Perchè essendo l'angolo b eguale al corrispondente e , e l'angolo c all'altro f , se io sovrappongo la linea bc ad ef riputate eguali, la de avendo a cagione dell'angolo eguale la stessa direzione di ab , e parimenti df di ac , si confonderanno scambievolmente, e s'uniranno nello stesso punto.

E ciò dieasi anche di un triangolo che si sappia avere un angolo e due lati eguali ad un altro. Perchè essendo ac eguale a df , ab a de , e l'angolo bac all'altro edf ; i lati ab , ac sovrapposti agli altri de , df si confonderebbero, ed i punti bc essendo sovrapposti agli ef , la linea ef non potrebbe avere altra direzione che quella di bc .

Per la stessa ragione il trapezio $abdc$ Fig. 4. che avesse i tre angoli a , c , d eguali ai corrispondenti i , n , m dell'altro trapezio $inmo$, ed i due lati ac , cd eguali agli altri in , nm , gli sarebbe altresì in tutto eguale.

4°. Che le figure simili devono avere il medesimo numero di angoli eguali ciascuno al suo corrispondente che omologo vien detto, e tutti i lati proporzionali ciascuno a ciascuno.

Così il trapezio $abdc$, Fig. 4. sarà simile all'altro $efmg$, se l'angolo a , sarà eguale all'omologo e , c a g , d ad m , e b ad f , e se si avrà $ca:ab::ge:ef$, $ab:bd::ef:fm$, ec.

I lati corrispondenti di queste figure si dicono parimenti omologhi, così il lato ab sarà l'omologo di ef , ac di eg ec.

Teor. 1°. Se il lato an , Fig. 5. dell'angolo nam io lo divido in un numero di parti eguali, ab , bc , cd , e da questi punti conduco le parallele be , cf , dg , le parti ac , ef , fg saranno altresì tra loro eguali.

Perchè se dai punti efg , si segnano le linee eh , fl parallele alla an , tutti i triangoli abe , ehf , flg saranno eguali, perchè il lato ab essendo eguale a bc e cd , sarà altresì eguale ad eh , fl . Ora essendo le linee be , cf , dg tra loro parallele, come lo sono pure le ab , eh , fl ; ne viene che gli angoli abe , ehf , flg , saranno eguali, come anche gli altri aeb , efh , fgl . Se questi triangoli dunque hanno tutti e tre gli angoli eguali, ed un lato eguale, anche gli altri due saranno conseguentemente eguali; ae sarà dunque eguale ad ef , ef ad fg . E così anche be sarà eguale ad hf ed lg .

Ora se be è eguale ad hf , essendo eh parallela alla bc , sarà altresì eguale a ch . Dunque la linea cf sarà divisa in due parti eguali dal punto h . Ed egualmente se prolungasi la linea eh sino ad i , di sarà eguale a ch , e per conseguenza ad il ed lg . Dunque la linea dg sarà la metà più lunga dell'altra cf , e tripla della be .

Ben intese tutte queste cose, sarà facile il comprendere che da una tal combinazione di linee avransi le seguenti proporzioni: $ab:ae::ac:af::ad:ag, ab:be::ac:cf::ad:dg, gf:fl::ge:ei::ga:ad, gi:id::ge:eu, gf:fa::gl:ld::dc:ca, ec$.

Teor. 2°. Due triangoli sono simili, allorchè hanno due angoli eguali.

Sia l'angolo c Fig. 6. eguale a d , l'angolo b eguale ad f , se io soprappongo il vertice c a d , e la linea ca alla de che sarà da d a g , per cagione dell'eguaglianza dei due angoli c d , la linea cb sarà soprapposta alla df da d ad h . Essendo inoltre l'angolo b eguale ad f , la hg che corrisponde alla ba , sarà parallela alla ef ; dunque anche il terzo angolo a sarà eguale all'omologo e , e si avrà per ciò che si è detto nel 1°. Teorema $ca:ab::de:ef, cb:ba::df:fe$.

Teor. 3. se un poligono di 4 lati ha tre angoli eguali e due lati contigui proporzionali agli omologhi di un altro, gli è altresì simile.

Sia l'angolo a eguale all'altro e , Fig. 4. c eguale a g , d eguale ad m , ed abbiasi $ac:cd::eg:gm$. Soprapponendo d ad m , dc a mg da m ad n , bd ad fm da m ad o , l'angolo o essendo eguale a b , la linea oi che corrisponderà alla ba , sarà parallela alla fe , e così dicasi dell'altra in corrispondente alla ac , perciò l'angolo i sarà eguale all'omologo e .

Ora avendo $ca:cd::ge:gm$, si avrà anche $ni:nm::ge:gm$, conseguentemente segnando dagli angoli e ed m la linea em , questa dovrà passare per i ed i due triangoli egm, inm saranno simili. Ma l'angolo i è eguale ad e , e l'altro o ad f , dunque anche i triangoli efm, iom sono simili, e si avrà $ef:fm::io:om$. Avendo dunque questi due poligoni gli angoli omologhi eguali, come pure i lati proporzionali ciascuno a ciascuno, sono altresì simili.

Teor. 4°. Se l'angolo abc del triangolo abc , Fig. 7. è diviso in due parti eguali dalla linea bd , si avrà $cd:da::cb:ba$.

Imperocchè se dal punto a io innalzo la linea ae parallela alla bd , e prolungo la cb ad intersecarla in e , io avrò $cd:da::cb:be$, ma essendo le linee bd , ea parallele, l'angolo cbe sarà eguale all'altro cea , e così pure gli alterni-interni abd , bae . Essendo dunque gli angoli abd , cbe eguali per costruzione, anche gli altri eab , aeb saranno eguali, dunque il triangolo eab è isoscele, cioè ha il lato eb eguale all'altro ba . Dunque invece di $cd:da::cb:be$, si può dire anche $cd:da::cb:ba$.

Teor. 5°. Se da due punti ea , Fig. 8. di due linee rette che si seghino scambievolmente in g , io segno le due parallele ab , ef , che vadano ad unirsi colla linea opposta in b ed f , io avrò $ge:ef::gb:ba$, $ge:gb::gf:ga$.

Segnisi la cd distante da g quanto lo è la linea ab e parallela a questa. Scorgerassi da quello che si è detto, che il triangolo gcd sarà eguale all'altro gab , e simile a gef . Dunque se si ha $gc:cd::ge:ef$, si avrà anche $gb:ba::ge:ef$ ec.

Teor. 6°. Se su due linee ab , be , Fig. 9. io conduco le parallele ea , dc ad intersecarle in $eadc$, e sui punti ac , come pure su gli altri ed conduco delle parallele ad intersecarsi scambievolmente in fg , esse saranno tra loro proporzionali.

Noi abbiain già veduto che mediante le parallele dc , ea , si ha $bd:be::bc:ba$, inoltre essendo gli angoli bcg , bae eguali, come pure gli altri bdg , bef , saranno eguali conseguentemente anche gli altri g ed f , dunque i due trapezoidi $bdgc$, $befa$, sono simili, dal che si ha $cg:af::dg:ef$.

Teor. 7°. Se le linee ac , ae , ag , ai , Fig. 10. convergenti ad un punto a , sono segate dalle linee bh , ci parallele, le parti intertette sono proporzionali.

La soluzione di questo teorema sembra già manifesta da quel che finora si è detto, sapendo che mediante l'angolo cae , si ha $ad:db::ae:ec$, coll'altro eag , si ha $ad:df::ae:eg$ come pure $af:fd::ag:ge$, e coll'altro gai , $af:fh::ag:gi$, dunque si avrà ancora $bd:df::ce:eg:gi$.

Ne nasce da ciò che se le parti bd , df , fh fossero eguali, egualmente le ce , eg , gi sarebbero eguali. Da questo si può ricavare una maniera per condurre delle linee convergenti ad un punto senza essere noto; perchè se io volessi tra le linee bc , hi determinate, condurre delle altre che andassero allo stesso punto nel quale s'uniscono le prime, non faccio che segnare le parallele bh , ci , e dividere le stesse in tanti punti eguali ed in egual numero, per esempio in tre bd , df , fh ; ce , eg , gi , e dai punti ed ed fg condurre le linee ed , gf .

STRUMENTO PER CONDURRE DELLE LINEE CONCORRENTI AD UN PUNTO,
QUALUNQUE SIA LA DI LUI DISTANZA.

Vedrassi più avanti la cagione per la quale le linee parallele, in prospettiva tendano continuamente ad un punto. Ora quale sia l'imbarazzo nella delineazione di que' disegni in cui la convergenza di queste linee è tenue, per cui portano il loro punto d'unione ad una distanza eccessiva, è ben noto ai prospettici. Conviene in tal caso ricorrere al maneggio di righe lunghissime sempre imbarazzanti, o ad un filo pure di fastidioso uso ed inoltre flessibilissimo, per cui si rende l'operazione non poco inesatta. E qualora queste non servano, o per la ristrettezza del luogo, o per l'eccessiva distanza del punto di concorso, è forza sottoporsi a metodi lunghissimi di molte operazioni geometriche, (vedi il Teor. 7) le quali nell'atto che richieggono un lungo tempo, non lasciano di generare confusione.

Io credo d'aver rimediato a questi inconvenienti, collo strumento (a) che sono per dimostrare, il quale sembra munito di tutti i requisiti necessarj a togliere le succennate difficoltà, per cui mi lusingo di potere meritare il suffragio degli artisti a cui è consacrato.

(a) Questo strumento è stato presentato, e premiato dalla R. Commissione centrale di Brera, l'anno 1810. e riconosciuto utile non che esatto dalla stessa, come si rileva dall'estratto del di lei processo verbale qui espresso. *I principj sui quali è formato questo strumento, si sono conosciuti rigorosamente esatti, e l'uso del medesimo porta nel disegno una facilità, combinata con pari esattezza.*

Esso è denominato *parallelo scenografico*, dall'uso di condurre linee parallele in prospettiva.

Ecco la descrizione degli elementi che lo compongono, come pure del suo maneggio.

A. Fig. 1. e 2. Tav. 8. Riga che serve a delineare il disegno.

B. Altra riga direttrice della prima. Ella è appoggiata ai due perni CO coperti con viti che dirigono il di lei moto, uno dei quali C resta immobile, e l'altro scorrevole nella fissura B, Fig. 1.

D. Buchi che servono per allungare la riga suddetta secondo il bisogno attaccandovi il perno C.

EE. Base del parallelo.

FF. Stanghette che girano attorno ai perni GG, facendo un semicircolo. Esse possono cambiarsi in più o meno lunghe secondo la grandezza del disegno richiede, essendo attaccate mediante una vite ai pezzi LL nei punti MM.

H. Lamine che tengono le stanghette sopradette tra loro parallele, acciò movendosi descrivano cerchi proporzionali tra loro.

I. Altra lamina, la quale non serve ad altro che a rendere più solide le stanghette FF.

NN. Viti che fermano la riga di legno A all'altra B.

SS. ZZ. Incavi per attaccarvi le viti suddette, onde potere trasportare la riga di legno da una parte o dall'altra secondo il bisogno.

T. Pezzetti di sughero, legno leggiero, per tenere la riga di legno sul piano a cui è appoggiata la macchina, nel caso che il disegno fosse su lo stesso tavolo, e che si ponno levare ad uno ad uno per innalzarla più o meno, se il disegno fosse su di un piano più elevato.

V. Puntine per attaccar la base del parallelo al tavolo.

MOTO Fig. 3.

Inteso il meccanismo della sua costruzione si passi alla teoria.

Abbiamo veduto nel Teor. 7. che se molte linee convergenti ad un punto sono intersecate da parallele, le parti che risultano da queste intersezazioni sono proporzionali tra loro; per cui se le linee

ae, fe, ge, he, be , concorrenti in e sono tagliate dalle parallele ab, cd , si ha $af:fg:gh:hb::ci:il:lm:md$.

Ciò posto, presi come raggi le rette ag, cl , e descritte le semicirconferenze $anopb, cqrst$, se verranno prolungate le linee di concorso, evidentemente ancora gli archi intercetti saranno tra loro proporzionali, quindi si avrà $aa::no:op::pb::cq:qr:rs::sd$, e per conseguenza i raggi ng, ql , come pure pg, sl , saranno paralleli.

Ora egli è chiaro che movendosi le stanghette FF, Fig. 1. e 2., sempre parallele tra loro, come dalla costruzione dello strumento è visibile, i perni CO descriveranno sempre porzioni di circolo tra loro proporzionali, ed essendo la riga A diretta ed appoggiata a questi, la direzione del suo filo XX, che dev'essere precisamente in linea coi perni sopradetti CO, tenderà sempre ad un punto, in qualunque posizione ella possa trovarsi.

MANIERA DI SERVIRSI Fig. 4.

Sieno le linee che indicano il punto di concorso del disegno PP, QQ, prolunghisi indefinitamente la linea PP fino ad R, indi si adatti la linea VV segnata su la base del parallelo Fig. 1. all'altra PR, in maniera che la riga B Fig. 1. sia del tutto fuori del disegno, e si fermi la base dello strumento colle puntine VV a tal uopo attaccatevi, ritenendo bene che il filo XX della riga sia in linea colla PP del disegno. Elevando quindi la riga A si mette il filo XX della stessa in linea coll'altra di concorso QQ, innalzando od abbassando il perno O, ed ecco la riga a posto, la quale si muove in su ed in giù per avere tutte quelle linee che al disegno abbisognano, nello stesso modo appunto che si adoperasse una riga appoggiata ad un fulero, come si usa nella prospettiva, avvertendo che nello spingerla è d'uopo prenderla per la stanghetta più corta nel punto C acciò sia più ferma e solida nel moto.

Avvertasi che supposto che le linee prospettiche concorressero dalla parte opposta, allora si mette la macchina dall'altra parte adattandola alle linee come si è detto, ma trasportando le viti NN dalla parte opposta SS, ed allora serve per segnare, il filo della

riga YY , che in tal caso resterà posto superiormente all'altro, ed in linea coi perni CO .

ALTRA IDEA DI UN PARALLELO SCENOGRAFICO.

In un'altra maniera molto più economica potrebbe costruirsi questo strumento facendolo come vedesi nella Fig. 11. Tav. 7.

AB , È la base del parallelo, LN le puntine per attaccare la stessa al tavolo, HE , IF , le stanghe che girano sui perni H , I , le quali sono legate parallelamente tra loro dalle due lamine CD , EF , ed anche di più se la lunghezza delle stanghe suddette l'esigesse, G perno al quale è attaccato immobilmente la riga, il di cui filo che serve per segnare deve essere precisamente appoggiato al centro di questo perno. Esso può trasportarsi in su ed in giù per avere le varie inclinazioni delle linee prospettiche. F altro perno al quale appoggiato scorre il filo della riga, e nel quale luogo è d'uopo prenderla nel moverla, acciò scorrendo stia sempre appoggiata allo stesso. Questo perno deve essere anche dall'altra parte E , onde potere voltare la riga dalla stessa parte, nel caso che le linee prospettiche l'esigessero; nel qual caso l'altro perno G potrà trasportarsi su la stanghetta IF .

La diversità che passa tra questo e l'altro parallelo si è, che con questo non si può ottenere che il movimento di un quadrante di cerchio, quando nell'altro si ha il semicerchio intiero. Da ciò ne viene che per ottenere in questo un'altezza di disegno eguale a quella che può dare l'altro, bisogna che sia in doppia dimensione del primo, e per servirsi bisogna premettere quest'operazione.

Sia l'altezza del disegno nr, os , e le linee che indicano il punto di concorso ih, lm , segninsi tra queste le parallele hl, im , e si prolunghino sino a pq . Dividasi mi per esempio in 5, come pure la hl , e trasportisi una di queste parti ciascuna su la rispettiva linea da m a q da l a p . Per p e q , si tiri la pq e prolunghisi fuori fino ad A , ed a questa si appoggi la base AB , come si è veduto nell'altro; così come nel primo si adatta il filo xx della riga alla linea hi , alzando od abbassando il perno G .

Sarà visibile che questa operazione è necessaria acciò la riga possa dare tutte le linee del disegno, perchè non potendo questa oltrepassare la linea AB , se si mettesse come l'altro nella posizione di lm , tutte le linee che vi fossero sottoposte non si potrebbero ottenere.

DEFINIZIONI PROSPETTICHE.

Gli oggetti più s'allontanano dalla vista, più divengono apparentemente piccoli, perchè si mostrano sotto di un angolo più acuto. Tralasciando la descrizione della maniera con cui si forma la visione nel nostro occhio che nulla importa al nostro scopo, si mostra ciò chiaro, se si trasporta la base cd , Fig. 2. Tav. 9. della piramide cde , sino ad ab , che volendo costruire su la stessa un'altra piramide che abbia il vertice in e , l'angolo aeb mi verrà conseguentemente più piccolo dell'altro ced .

Ora i raggi partendo dagli oggetti in linea retta per venire al punto visuale, fanno conseguentemente una piramide che ha per base la faccia anteriore dell'oggetto, e vertice il punto di vista, la quale chiamasi *piramide visuale*.

La prospettiva altro non è che una supposta sezione di questi raggi, fatta dalla parete sulla quale si vogliono dipingere gli oggetti, come appunto accade vedendo a traverso di un vetro molti corpi, che scorgonsi battere su la superficie dello stesso in punti varj secondo la loro grandezza e lontananza. Nel qual caso l'intersezione del raggio visuale con questa superficie, indica la posizione prospettica su la stessa del punto obbiettivo dal quale il raggio parte; essendo che il punto prospettico è in linea retta tra il punto da rappresentarsi e la vista, conseguentemente lo copre e nasconde perfettamente, e gli serve come di supplimento.

A maggiore intelligenza di ciò, suppongasì la tavola $efgh$. Fig. 1. il piano sul quale si vogliono disposti geometricamente gli oggetti, che appunto per ciò dicesi *piano geometrico*, $abcd$, sia la *superficie* o *tela* sulla quale si vogliono dipingere gli oggetti stessi. R sarà il *punto di vista* ed $ilmn$ l'*obbiettivo* da rappresentarsi. Conducendo dai punti $ilmn$ dello stesso al punto di vista R le linee Ri , Rl , Rm , Rn , dove queste taglieranno la superficie

$opqr$, ivi saranno i punti di prospettiva corrispondenti agli altri $ilmn$, onde il quadro $opqr$, sarà la *prospettiva* dell'altro $ilmn$.

Questa è la base fondamentale, su la quale la prospettiva appoggiasi, e questa è la regola primordiale, per la quale si rinvencono chiaramente più che in qualunque altra maniera tutte quelle dimostrazioni e raziocinj, che servono a farci conoscere perfettamente la vera teoria prospettica.

Appoggiato dunque costantemente a questo principio, senza abbandonarsi di troppo a quelle dimostrazioni che ostentano più l'intelligenza della geometria che l'essenza della prospettiva, io procurerò di svilupparne la di lei natura, acciò si possa rinvenire con chiarezza la base di quelle regole più spedite, che sono più congrue per l'esecuzione della pratica.

Onde regolarsi con fondamento in quest'operazione, è necessario avere la conoscenza vera dell'altezza e larghezza degli oggetti. Dal che ne viene che si rendono necessarij tanto il profilo che l'alzata geometrica, appoggiato ai quali se ne ricava poi l'elevazione prospettica.

Per ottenere la pianta dell'operazione enunciata, da tutti i punti della piramide visuale $Rilmn$, suppongo abbassate verticalmente delle linee, che unite mi segneranno sul piano orizzontale $efgh$, la traccia o proiezione degli altri raggi Sm , Sn ; nel qual caso il punto S dicesi pianta del punto di vista R , ed Sm , Sn dei raggi Ri , Rl , Rm , Rn , la linea mn sarà la pianta del quadrato $ilmn$, e la pianta della superficie anderà a ridursi ad una linea cd .

Dunque la pianta altro non è che l'operazione prospettica, veduta geometricamente di sopra in giù, per cui si potranno rilevare con precisione gli intervalli che tutti i punti obbiettivi hanno orizzontalmente tra loro. L'alzata geometrica degli oggetti poi, che in questo caso distinguesi col nome di *profilo*, è la stessa operazione veduta parallelamente alla superficie di fianco, onde avere gli intervalli degli stessi punti in posizione verticale. Osservando adunque l'operazione nel modo enunciato, scorgerassi che l'intera superficie sarà nascosta dalla linea bd per cui mi diverrà una linea sola, nl servirà pel quadro $ilmn$, ed fg pel piano $efgh$ ec.

Per maggiore intelligenza delle operazioni separate, gioverà di-

- distinguere con nome particolare, tutte quelle linee che in queste s'incontrano, per conoscerne la corrispondenza che hanno tra loro.

E primieramente parlando del profilo chiameremo la linea orizzontale fg piano geometrico, la perpendicolare bd superficie o linea del taglio, la linea Rx parallela all'orizzontale fg , linea di distanza del punto di vista dalla superficie, Rv distanza geometrica o reale degli oggetti, R punto di vista, l'intervallo RS altezza dello stesso punto, S punto della stazione, Rt, Rl, Rm, Rn raggi visuali, e tutti assieme piramide visuale, nl altezza geometrica o ortografia dell'oggetto, pr altezza prospettica o scenografica dello stesso. Per la pianta s'intenderà il piano $efgh$ piano geometrico, la linea cd superficie o linea del taglio, Ss distanza del punto di vista, Su distanza reale dell'oggetto, S punto di vista, Sm, Sn raggi visuali, nm larghezza geometrica o icnografia dell'oggetto, St larghezza prospettica dello stesso.

Per l'alzata prospettica poi si dirà, $abcd$ la superficie o quadro, la linea sx altezza del punto di vista, x punto di vista o punto principale, l'orizzontale yz che passa pel punto di vista, raggio principale, o semplicemente orizzontale, e la sua situazione l'orizzonte, cd linea fondamentale o della terra, ed il quadro $opqr$ scenografia o prospettiva del quadro $ilmn$.

TEORICA DELLA PROSPETTIVA.

Essendo le piramidi visuali acb, ced , Fig. 2. segate da una linea gf parallela alla sua base, si scorge chiaro che la proporzione dei due oggetti obbiettivo e prospettico è tale, che tanto sta l'altezza geometrica dell'oggetto alla reale distanza dello stesso dal punto di vista, quanto l'altezza prospettica sta alla distanza della parete dallo stesso punto visuale, quindi si avrà $ab:be::pq:qe$, $cd:de::or:re$. E non toglierebbe questa proporzione ancorchè la linea obbiettiva non fosse parallela alla superficie, poichè l'altezza stando in ragione della distanza, e la linea obbiettiva presentando allora tante distanze quanti sono gli infiniti punti di cui si può supporre composta, ciascuno di questi punti è come base di una piramide che abbia il vertice nel punto di vista, la quale essendo segata dalla

parete, come dissi, segnerebbe su la stessa un punto più piccolo che starebbe coll'altro colla proporzione enunciata.

Ma la superficie non presenta per se stessa che due dimensioni, altezza e larghezza, e dovendo per forza della prospettiva mostrare anche la profondità, è naturale che la distanza tra gli oggetti deve dalla stessa contenersi, oltre la loro apparente dimensione.

Supponendo adunque la linea bf come un piano orizzontale sul quale sieno appoggiate le linee ab , cd , conducendo al punto visuale i raggi be , de , le intersezioni rq colla superficie indicheranno le distanze prospettiche di fd , db , in fr , rq . Ora se io prolungo l'orizzontale bf sino ad m punto della stazione, me sarà l'altezza del punto di vista, mf la distanza della superficie, e la md , mb la reale degli oggetti. Dunque essendo me parallela alla fg , si ha questa serie di proposizioni $bq: qf:: be: em$, $bf: fq:: bm: me$, e così dell'altro punto d si ha $dr: rf:: de: em$, $df: fr:: dm: me$. Quindi la distanza prospettica degli oggetti sta alla supposta reale distanza degli stessi dalla superficie, quanto l'altezza del punto di vista sta alla loro reale distanza dal punto stesso.

Oltre a queste nozioni che sono di un grand'utile alla facilitazione ed esattezza della pratica, è necessario conoscere la divergenza che le linee hanno in prospettiva, stante la loro supposta reale situazione, e dove le linee parallele hanno il loro punto d'unione, poichè ancorchè geometricamente mai non s'incontrano, pure siccome a misura che s'allontanano impiccoliscono il loro intervallo apparente, così è forza che almeno illusoriamente s'uniscano in un dato punto.

Questo punto dicesi *di concorso, accidentale*, ed anche *immaginario*, perchè infatti è un punto che in natura non esiste, ma vendesi sensibile per forza della prospettiva, essendochè questa è appoggiata all'occhio, il quale non può giungere ove l'immaginazione arriva, e nel quale il senso dell'infinito non si rinviene. Si può comprendere da ciò, che questo punto è il termine delle linee prospettiche, al di là del quale è impossibile che s'inoltrino senza contraddire alle leggi dalla natura disposte: egli è come il limite al quale continuamente tendono e non possono giammai matematicamente raggiungere. Ora vediamo in qual maniera si può questo rinvenire per mezzo delle leggi della prospettiva.

Sia per esempio a il punto di vista, Fig. 3. gh la superficie, ed fp la linea della quale si vuol trovare il fine in prospettiva, e che geometricamente si suppone prolungata all'infinito.

Conducendo i raggi af , ae , ad , ac questi intersecando nei punti nml la linea gh , m'indicheranno in essi il luogo dei punti obbiettivi fcd su la superficie, ossia ridotti in prospettiva. Ma io concepisco che sin ora non sono alla fine di questa linea, e seguito ad innalzare raggi onde esaurir questa lunghezza. Ma non mi verrà mai dato di poter ciò ottenere, fin tanto che il raggio faccia angolo, quantunque impercettibile colla linea proposta, e quello sarebbe il suo limite ove quest'angolo s'annicintasse. Una linea, che non faccia angolo con un'altra gli è parallela: dunque il fine della linea prospettica sarà quel raggio che camminerà parallelo alla reale direzione della stessa.

Fissato adunque il raggio ab parallelo alla linea fp , la sua intersezione colla superficie in r , sarà il termine della stessa. Dico adunque, la linea fp ancorchè prolungata tutto quello che l'immaginazione può concepire, non arriverà mai ad oltre passare il punto r quantunque continuamente vada accostandovisi. E non solo il punto r è il limite della linea fp , ma per la stessa ragione di qualunque altra linea che alla stessa fosse parallela, r dunque sarà il concorso di tutte le linee parallele alla fp .

L'utilità che ne ritrae la prospettiva col rintracciare il punto d'unione delle linee parallele è grande, esso è il più fermo appoggio onde ottenere con facilità e precisione la divergenza delle stesse, risparmiando moltissime operazioni; come più avanti si vedrà.

Quest'operazione può intendersi relativa tanto alla pianta quanto al profilo. Se la prendo come pianta, dico, il punto r sarà il concorso di fp riguardo alla sua situazione orizzontale, e se la intendo come profilo, questa situazione sarà presa come verticale, o relativamente all'altezza; cosicchè unendo poi queste due situazioni nell'alzata prospettica, mi daranno in questa la vera posizione del punto di concorso.

Ora stando le cose come dissi, si può scorgere che se io prolungassi la linea fp sino alla superficie in h , questa sarebbe il principio della linea pf ed r il fine. Ora vedesi che ciascun raggio di-

vide proporzionalmente la linea gh colle due distanze, dal punto obbiettivo al prospettico e da questo al punto di vista. Fissiamo per esempio il raggio ac , egli è visibile che questo divide la linea hg in m facendo i due triangoli hme , amr simili, dunque $mh : mr :: me : ma$.

La divergenza ed il concorso delle linee dipende dalla maggiore o minore inclinazione che esse hanno colla superficie su la quale si vogliono disporre, e dalla situazione del punto di vista. Per rinvenire ciò teoricamente esporremo varj casi che nella pratica occorrono, i quali serviranno di base alla stessa e di facilitazione, alla intelligenza delle regole.

1. Prob. Cominciamo adunque dal rinvenire la divergenza ed il concorso di diverse linee, le quali fossero disposte orizzontalmente, e ad angoli retti colla superficie.

Sia questa linea ab , Fig. 4. Considerando questa come l'operazione orizzontale ossia la pianta, le sarà la superficie o linea del taglio, g il punto di vista (a). Conduco a questo punto dalle due estremità della linea i raggi ag , bg , i quali intersecando la superficie in cd mi indicano la distanza che i punti ab devono orizzontalmente avere in prospettiva. Ma la sua divergenza mi è ignota, se non conosco la sua inclinazione o scorcio.

Facciasi dunque il profilo, segnato colle lettere majuscole corrispondenti alle minuscole della pianta, BL sarà il piano geometrico, in linea per la maggior facilità e chiarezza colla linea del taglio della pianta, la quale si suppone anche come vedemmo immedesima colla fondamentale dell'alzata; EL sarà la superficie, G il punto di vista, il quale per conseguenza sarà distante da L E quanto g nella pianta lo è da le , EG dunque sarà eguale ad eg .

Inoltre prendo gli intervalli la , lb , e li trasporto in LA , LB . Conduco al punto di vista i raggi BG , AG , e le interseca-

(a) Nella prospettiva il punto di vista della pianta, io lo presi sempre da quella parte che evvi l'alzata; così questa essendo posta superiormente all'altra, il punto visuale sarà pure al di sopra della stessa; e ciò per evitare di trasportare sulla fondamentale dell'alzata i punti d'intersecazione colla parete, de' raggi che partono dai punti obbiettivi della pianta; supponendosi in questo caso le due linee come sovrapposte l'una all'altra; e con ciò si ottiene una maggior brevità e chiarezza nelle operazioni, vedendosi più bene la corrispondenza che ha la pianta coll'alzata prospettica, ed avendo i punti enunciati a dirittura nel luogo che devono essere.

zioni colla superficie, in CD mi indicheranno la distanza che le due estremità della linea proposta hanno tra loro verticalmente. Innalzo dunque dai punti della pianta od le perpendicolari ch , di indefinite, e trasporto orizzontalmente CD del profilo su le stesse, ognuno su la linea corrispondente. Così D sarà su la di , perchè deriva dal punto b che corrisponde all'altro B , e per la medesima ragione C sarà su la ch . Dai punti h i si segni la linea hi , che sarà la prospettiva di ab . Così abbassando dal punto di vista g la linea ge , e la EG del profilo prolungandola ad intersecare la suddetta in f , avrò in questo la situazione del punto di vista nel quadro.

È facile il comprendere ove questa linea debba avere il suo punto di concorso dopo le nozioni avute, perchè sapendo che questo è situato nel punto d'intersecazione del raggio parallelo alla stessa, colla superficie, e dovendo questo raggio necessariamente passare pel punto di vista, esso corrisponderà alle linee EG , eg , e dunque sarà la situazione orizzontale di questo punto di concorso ed E la sua altezza. Ora trasportandosi questi punti nella prospettiva, essi corrisponderanno, come abbiamo veduto ad f punto di vista; dunque in questo concorrerà la linea ab , e tutte quelle che a questa saranno parallele.

L'inclinazione adunque di una linea orizzontale e ad angolo retto colla superficie, tendendo continuamente al punto di vista, ci somministra una facilità onde ottenere la di lei situazione prospettica anche senza il soccorso del profilo, se si opera come siegue.

Prolungo la linea ab sino alla superficie l , ed essendo la linea le supposta riguardo all'alzata come la linea fondamentale o della terra, come vedemmo, il punto l che cade su di essa può esser considerato anche come prospettico, e perciò comune tanto alla pianta che all'alzata; ed aggiunta a questo la conoscenza del suo punto di concorso nel punto di vista f , segno la linea lf , la quale sarà la direzione prospettica di lb , avendo quindi dall'intersecazione dei raggi ag , bg colla le , innalzato le perpendicolari ch , di , ove queste mi tagliano la lf , ivi saranno i punti prospettici corrispondenti agli obbiettivi a b .

Un'altra riflessione teorica potrebbe cavarsi dalla operazione di sopra enunciata, la quale potrebbe essere di utile nella pratica, ed è, che se io sovrappongo il punto di veduta della pianta a quello

del profilo, la perpendicolare ge all'orizzontale GE , la linea le essendo perpendicolare alla ge , coprirebbe la LE che pure è ad angoli retti colla EG , ed i punti ab sarebbero posti perpendicolarmente sotto gli AB ciascuno al suo corrispondente, perchè gl'intervalli AL , BL , sono presi dagli al , bl , perpendicolarmente alla le . Quindi ne risulta che i raggi ag , bg segnando la LE prolungata in zC , come vedesi a miglior chiarezza segnato colle ponteggiature, questi punti zC che corrispondono agli altri cd vengono ad essere nella sovrapposizione enunciata verticalmente sotto agli CD , per cui i raggi aG , bG corrispondenti agli altri ag , bg sono divisi proporzionalmente ciascuno col suo corrispondente; quindi si avrà $ac:cg::AC:CG$, $bd:dg::BD:DG$, ed a cagione dei triangoli simili GED DLB ; GEC , CAL ; ged , dlb , $g ec$, cal ; avrassi anche BD o $bd:DG$ o $dg::LD$ o $ld:DE$ o de , AC o $ac:CG$ o $cg::LC$ o $lc:CE$ o ce . Dal che riassumendo anche la proporzione con cui il punto prospettico divide l'intera linea di concorso, come vedemmo più addietro, avremo pure AC o $ac:CG$ o $cg::lh:hf$, BD o $bd:DG$ o $dg::li:if$.

2. Prob. Ciò posto si passi a dimostrare quale debba essere il punto di concorso di una linea parallela al piano orizzontale ed alla superficie.

Sia la linea enunciata ab , Fig. 5. Considerandosi questa come la pianta, e volendo ad essa fare il profilo, bisogna trasportare i punti ab prendendo gl'intervalli ad angolo retto colla superficie, come abbiamo veduto; ma siccome ba , è parallela alla oe , gl'intervalli ao , bp saranno eguali; dunque il suo profilo si ridurrà ad un punto che sarà A , distante da E quanto gli ab lo sono dagli oe .

Ora avendo segnato il punto di veduta G e tirato il raggio AG , si avrà l'intersecazione H , che dovrà trasportarsi a tagliare le due perpendicolari hc , id , elevate sulle sezioni della superficie coi raggi ag , bg . Dovendo dunque l'orizzontale Hi , che è parallela alla fondamentale oe , segare le perpendicolari hc , id , per avere nei punti hi la direzione della linea prospettica, la linea hi non può deviare del parallelismo della linea della quale è formata.

Una linea parallela al piano orizzontale ed alla parete sarà dunque pure parallela alla linea della terra, vale a dire sarà orizzontale, e non avrà punto di concorso.

3. Teor. Una linea verticale, resta in prospettiva verticale e parallela alla parete.

Essendo l'operazione, come abbiamo veduto la visione geometrica degli oggetti perpendicolarmente di sopra in giù, la pianta della linea verticale AB , Fig. 6. va a ridursi ad un punto b , dal quale non può partire che il raggio bg che corrisponderà a tutti quelli che nel profilo potessero condursi su tutta la dimensione AB della linea.

Ora segnando i raggi visuali AG , BG , essi m'indicheranno l'altezza prospettica di questa da H ad E , e siccome questa deve essere situata verticalmente su la sezione corrispondente della pianta, la quale è unica, così la linea non potrà essere che verticale.

4. Teor. Una linea ad angolo semiretto colla superficie, e parallela al piano orizzontale, in prospettiva ha la sua inclinazione diretta ad un punto su la linea orizzontale, distante dal punto di vista, quanto questo è distante dalla parete.

Sia la linea sopradetta ab , Fig. 9. segnisi il profilo come abbiamo veduto, facendo gli intervalli CA , CB , eguali ad an , bo . Condotti poscia tanto nella pianta che nel profilo i raggi corrispondenti bg , ag , BG , AG , si trovano i punti p q mediante le intersezioni delle linee Hp , hp , Iq , iq .

Ora essendo AB parallela all'orizzontale EG , per la ragione superiormente addotta l'altezza del punto di concorso di essa sarà EC , ma essendo nella pianta inclinato con un angolo di 45 gradi ne viene che segnando il raggio gx parallelo alla ab , verrà pure a segnarmi un punto su la superficie x distante da l , quanto questo lo è da g . Innalzando dunque la verticale xv , e facendo xv eguale a CE , sarà fv eguale ad lg , distanza del punto di vista.

In altra maniera si può vedere la verità di questo teorema, confrontando l'operazione del profilo con quella della pianta. Prolungasi per la maggior chiarezza la linea ab sino a d ad intersecare la perpendicolare abbassata dal punto di vista gd in d , trasportasi il punto d nel profilo in D , facendo l'intervallo DC eguale ad ld , e condotto il raggio DG , si ha l'intersezione L , la quale trasportata orizzontalmente ad intersecare la linea fl in e , si ha in questo il punto prospettico di d , e conseguentemente prolungata la linea ab sino a c , la linea ce sarà la prospettiva di cd .

Ora essendo DC eguale a dl , sarà altresì eguale a cl . Inoltre el è eguale ad LC , e l'angolo cle all'angolo DCL , dunque il triangolo LCD sarà eguale all'altro elc .

Noi abbiamo veduto inoltre che il punto prospettico divide l'intera linea di concorso proporzionalmente colla distanza del punto obbiettivo dal prospettico, e da questo al punto di vista. Dunque si avrà $DL:LG::ce$: al punto di concorso. Dal che si vede che essendo ce eguale a DL anche ev sarà eguale ad LG , e di più su di una medesima orizzontale, poichè ce è parallela alla DL . Dunque anche fv sarà eguale all'intervallo di distanza EG .

5. Teor. Due linee ab, cd , Fig. 7. che fossero inclinate in modo che prolungate passassero pel punto di vista della pianta, in prospettiva divengono parallele.

Ciò diviene per se manifesto se si considera che da queste linee non si possono condurre che i raggi bg, dg , e conseguentemente che le due intersezioni ef corrisponderanno a tutte le distanze che si possono supporre tra le due linee ab, cd suddette, per cui innalzando le linee corrispondenti prospettiche, queste conserveranno sempre l'intervallo ef tra loro, cioè saranno parallele.

Sarà con ciò dimostrato che se divengono parallele quelle linee che s'uniscono nel punto di vista della pianta, andranno pure soggette alla stessa legge, non solo quelle che nel profilo passano per questo punto, ma anche quelle la di cui unione cadesse verticalmente sopra o sotto dello stesso punto.

Tali linee sono da evitarsi nelle prospettive; poichè non vedendosi queste giammai nel loro giusto punto di vista, producono una illusione equivoca e non grata. E molto più sono da evitarsi quelle che divergono più distanti nell'allontanarsi: il che succede in quelle linee obbiettive che hanno il loro punto d'unione più vicino che il punto di vista. Non si comprendono in quest'avvertenza quelle linee che visibilmente scorgonsi essere raggi di circolo d'ellisse o simili.

6. Teor. Date due linee prospettiche ab, cd , Fig. 8. supposte di egual dimensione; se dalle loro estremità conduco le linee ad, cb , ad intersecarsi scambievolmente in g , e per questo segno la linea ef parallela alle stesse ab, cd , dico questa essere situata nel mezzo di esse.

Imperocchè noi abbiamo $ag: ab:: dg: dc$. Ora se dc diviene eguale ad ab , gd deve necessariamente divenir eguale alla ga . Così bg alla cg , dunque il punto g è nel mezzo delle linee ab , cd , e così la linea ef .

Questo metodo è di molta utilità nella pratica per trovare il mezzo di qualunque rettangolo o quadrato già ridotto in prospettiva,

7. Prob. Trovare il punto di concorso di una linea posta a qualunque direzione.

Pria di esporre la soluzione di questo problema, è necessario conoscere la diversità ch'evvi tra la reale dimensione e forma di un oggetto, e quella che prende apparentemente trasportandolo nella pianta e nel profilo.

Noi abbiain veduto, che il profilo non dà geometricamente che le altezze e la distanza degli oggetti, presa parallelamente alla superficie, per cui secondo l'inclinazione che questa ha cogli altri, essi mi restano più o meno accorciati nel profilo, e conseguentemente la larghezza ed inclinazione di questi oggetti dovrà essere alterata.

Così nella pianta in cui gli oggetti sono presi perpendicolarmente al piano orizzontale, se essi sono inclinati rispetto a questo, la loro lunghezza ni diviene conseguentemente accorciata, come vedemmo nella Ster.

Per rinvenire questa alterazione, sia per esempio la linea che si vuol porre in prospettiva AB , Fig. 10. la quale faccia l'angolo ABI , colla terra o piano orizzontale BI , abbasso la perpendicolare AI giacchè l'estremità B tocca lo stesso piano, e dico BI è la lunghezza che la linea BA prende sul piano orizzontale.

Ottenuto questo, trasporto BI colla situazione che voglio nella pianta ba , Fig. 11. ed avendo preso gli intervalli cb , ca li trasporto nel profilo in CB , CA , e siccome B tocca il piano della terra, egli resta a suo luogo. Sul punto A poi innalzo la verticale AR ed avendo preso l'intervallo AI della Fig. 10. lo trasporto da A ad R nel profilo, e così RB sarà l'inclinazione che la linea proposta prende in questo.

Siano Gg i punti di vista del profilo e della pianta; segno in tutte e due le linee GH , gh , parallele alla linea corrisponden-

te obbiettiva; dalle intersezioni delle quali colla superficie Hh , innalzo nella pianta la verticale hi , e trasporto orizzontalmente H del profilo su questa in i . Questo sarà il punto di concorso cercato.

Trovato che si abbia il punto di concorso, si può ottenere la linea prospettica anche senza il soccorso del profilo, come abbiamo veduto nella Fig. 4. cioè, prolungo ab sino ad l , per l e per i segno la linea li , e dai punti de d'intersecazione dei raggi bg , ag colla superficie, innalzo le verticali dm , en , queste mi indicano nella loro unione colla li , il limite della linea prospettica in mn .

Dunque noto che sia il punto di concorso noi abbiain veduto che si possono ottenere delle abbreviazioni nelle regole. Dietro ciò sarà di non lieve utile il trovar la maniera di rinvenirlo senza dipendere dall'inclinazione apparente del profilo, e così risparmiare del tutto questa operazione, come si dimostra nei due problemi che seguitano.

8. Prob. Trovare il punto di concorso di una linea parallela all'orizzontale ed inclinata colla parete con qualunque angolo, senza ricorrere al profilo Fig. 1. Tav. 10.

Sia la linea enunciata BC , *ette* il quadro sul quale si vuol disporre, fv la linea orizzontale, e d il punto di vista. È già noto che qualunque sia la posizione della linea, se essa è parallela all'orizzonte, deve avere il punto di concorso su l'orizzonte stesso. Innalzo adunque sul punto di vista verticalmente la linea de , e faccio de eguale all'intervallo di distanza del punto di vista stesso dalla parete, e supponendo che io volessi la linea suddetta inclinata colla parete come ac , segno dal punto e la linea ef parallela alla linea ac , la quale unendosi coll'orizzontale in f , darà il punto di concorso cercato. Le linee gh , *il* che concorrono in f , saranno adunque prospetticamente disposte come la ac .

Questo si dimostra per ciò che dissi nel prob. antecedente; poiché essendo la linea ef parallela alla obbiettiva, presa su di un punto distante dall'orizzontale quanto il punto di vista lo è dalla parete, la fv in questo caso viene considerata come la linea del taglio, e con ciò si ottiene il punto di concorso f a drittura a suo luogo, senza innalzarlo dall'altra.

9. Prob. Trovare il concorso di alcune linee inclinate colla parete e coll'orizzontale evitando il profilo, Fig. 1.

Avendo noi, come abbiamo veduto, supposto l'orizzontale fv come la linea della parete in pianta, ed e il punto di distanza, ne viene che l'intervallo ef sarà la distanza del punto di vista dall'intersecazione che il raggio parallelo alla linea obbiettiva della pianta, fa colla parete. Ora per evitare di segnare il profilo, gioverà considerare l'operazione stessa vista perpendicolarmente alla linea ef ; giacchè sarà facile il comprendere, che se la linea obbiettiva prende nel profilo una direzione diversa di quella che ha veduta di facciata quando essa è inclinata colla parete, l'egual deviazione dovrà prendere il raggio parallelo alla stessa linea, e siccome due linee parallele viste geometricamente, possono cambiare benissimo l'intervallo tra loro e la dimensione ma non il parallelismo, così se queste due linee si considerano vedute di facciata, saranno pure parallele, col solo divario che viste di profilo l'intervallo di distanza sarebbe de , e di facciata verrebbe ad essere ef .

Per trovare adunque il punto di concorso della linea AC , la quale si suppone inclinata colla parete come la ac , si trova come abbiamo veduto nel problema antecedente il punto f ; quindi s'innalzi sul punto di vista d la linea do parallela alla AC , ed avendo trasportato l'intervallo ef in dx , s'innalzi xo la quale intersecando la do in o , determinerà in questo l'altezza del punto cercato. S'innalzi quindi per trovarne la sua posizione orizzontale da f la linea fq , e trasportando o orizzontalmente su la stessa, si avrà in q il punto cercato.

Oppure ciò che torna forse più facile, innalzo dal punto f la linea fq indefinita, e facendo fn eguale ad fe , da n innalzo nq parallela alla linea proposta, che unendosi alla fq in q avrò in questo come nel primo caso il punto accidentale che bramavasi; m h adunque che concorre in q avrà l'inclinazione prospettica della linea AC .

Per trovare il punto di concorso di BA , la quale siccome ha l'eguale inclinazione della prima, ma in senso opposto ha l'estremità più bassa lontana dalla parete, e per conseguenza il punto del di lei concorso viene ad essere più basso dell'orizzonte, per ottenere l'intento farà d'uopo replicare l'operazione enunciata sotto l'orizzontale stessa.

Vale a dire avendo trovato il punto f , si segni dp parallela alla

BA, ed avendo fatto xd eguale ad fe , si abbassi la xp ed il punto d'intersezione di questa colla pd in p , si trasporta orizzontalmente in r , e facendo pr eguale ad xf , avrassi in r il punto cercato. Oppure avendo dal punto f abbassata la linea fr , e fatto fn eguale ad fe , per n segno la nr parallela alla AB, ed avrassi nell'unione r il concorso della stessa. Ecco adunque che se segno dal punto m la linea mg concorrente in r , il triangolo mgh , sarà la prospettiva di ABC, supposto inclinato colla parete come la linea ac .

Avendo io preso le linee AB, AC, elevate con angolo eguale ma opposto su l'orizzonte, per l'operazione enunciata sarà visibile, che i punti di concorso qr dovranno essere distanti egualmente dall'orizzontale fv . Inoltre avendo io presa l'inclinazione di queste rispetto alla parete come la BC su di una direzione ac , saranno perpendicolari l'uno all'altro, ed inoltre anche con f concorso della BC supposta orizzontale come abbiamo veduto, sìatechè il punto di concorso della pianta è comune a tutte e tre le operazioni. Si rileva da ciò, che i lati d'un frontispizio o cosa simile, concorreranno a due punti perpendicolarmente posti uno sotto e l'altro sopra, ed egualmente distanti dal punto accidentale della parete sul quale sono elevati. Il che noto sarà di sommo vantaggio nelle operazioni pratiche, per l'elevazione specialmente d'oggetti architettonici.

10. Prob. Trovare due linee le quali concorrono ad un dato punto cui concorrerebbe una linea data se posta fosse in prospettiva.

Avviene alle volte che il punto di concorso delle linee prospettiche per la loro tenue inclinazione va tanto lontano dal quadro, che riesce di grande imbarazzo nel rinvenirlo, per il che è necessario trovar due linee, le quali colla loro divergenza lo indichino, per poter indi tra queste adattar le accennate regole geometriche, od il parallelo scenografico onde avere le altre.

L'ottenere ciò ne' casi ove le linee sono parallele all'orizzonte, è della massima facilità, poichè una linea l'abbiamo nell'orizzontale stessa, come fv , Fig. 1. e l'altra nella parallela alla linea obbiettiva ef . E questo altresì è il caso più usitato nelle prospettive, ove di rado accade di segnar linee che concorrano ad un punto fuori dell'orizzonte; poichè le fabbriche, e quanto è di più comune alle prospettive, è quasi sempre composto di linee orizzontali e verticali.

Ma se gli oggetti sono inclinati sul piano geometrico, come succede ne' frontispizj e cose simili, allora bisogna servirsi di questo metodo.

Suppongasì il punto di concorso h Fig. 2. trovato coll'operazione che abbiamo antecedentemente mostrata, tanto lontano, da non potersi rinvenire. Alla linea mc parallela alla obbiettiva della pianta, sostituisco la fo più piccola, ma a questa pure parallela, e segno la ib parallela all'inclinazione della linea proposta col piano orizzontale. Prendo l'intervallo of , e lo trasporto su l'orizzontale da b ad n , ed innalzo la ni , e per o la lo , e faccio l'intervallo ol eguale ad ni . Per l e per b segno la bl , la quale se fosse prolungata passerebbe per h punto di concorso indeterminato. Perché abbiamo $bn:ni::ba:ag$, $bo:of::bm:mc$, e per conseguenza essendo le linee ol , mh , elevate sui punti mo , ed eguali una a ga e l'altra ad ni , avrassi anche $bo:ol::bm:mh$, per cui il punto l deve essere necessariamente in linea retta tra gli altri b ed h .

Per trovare la seconda linea segno da c e da f , le due linee fe , cd con inclinazione arbitraria, ma parallela tra loro, e dai punti le segno la linea le , e per d faccio passare un'altra linea zx a questa parallela, la quale se fosse prolungata passerebbe per h , ed ecco in zx l'altra linea di concorso cercata. Perché si ha $bc:cd::bf:fe$, $bf:fe::bo:om$, $bo:om::bl:lh$, per cui si avrà anche $be:ed::bl:lh$. Ne viene da ciò che segnando una linea dai due punti dh , questa non può essere che parallela alla el .

Sarà facile il comprendere che se quest'ultima linea mi tornasse più comodo averla dall'altra parte, segnando le parallele cs , fr , e dai punti rl la linea rl , indi la sv a questa parallela essa passerebbe per h .

11. Teor. Date due linee parallele af , bc , Fig. 3. se segò le stesse colla linea fb , e prendo su d'una di essa un punto a distante da f quanto questo lo è da b , tutte le linee che dal punto a partissero a segar le due linee fb , bc , le sezioni che succedono sulla prima, sarebbero sempre minori di quelle che succedono sulla seconda.

Imperocchè essendo af , bc parallele, i triangoli afd , dbc , come pure gli altri afe , ebd , prodotti dalle secanti ac , al , sa-

ranno simili, e per conseguenza si avrà costantemente $af:fd::cb:bd$, $af:fe::lb:be$, ma se af è eguale ad fb , le sezioni che succedono sulla fb , divideranno in due parti questa, e saranno conseguentemente minori di af , dunque se df , ef sono minori di af , db sarà pure minore di bc , ed eb di bl .

Ciò non succederebbe se il punto di concorso fosse come in g , preso su di una distanza minore di fb , imperocchè se viene ad essere minore anche della sezione fd , bl sarebbe pure minore di bd , se io poi seguitassi le secanti verso c , potrebbe darsi che la sezione fm eguagliasse gf , ed allora bm sarebbe anche eguale a bn , dal che scorgerassi che se le linee andassero a segare la bc in un punto ancor più distante di c , produrrebbero le sezioni di questa, maggiori di quelle che succederebbero su l'altra.

Se si avesse da considerare la linea bc , come un piano disegnato a quadretti e la linea bf come la superficie su la quale si volessero disporre in prospettiva, scorgerassi che prendendo il punto di vista in a , tutti i lati de' quadri perpendicolari alla superficie, in prospettiva verrebbero ad esser minori dei geometrici, ma quelli vicini al punto b molto s'approssimerebbero alla dimensione di questi; e se il punto visuale fosse poi in g , quelli tra b ed n verrebbero ad esser maggiori del naturale, quello su la linea gn eguale, e gli altri più lontani di questi minori. Da questo raziocinio può ricavarne il prospettico, che dovendo pel buono effetto dell'opera sua, gli oggetti che sfuggono esser sempre minori dei naturali, il punto di vista sarà sempre più distante dalla parete di quel che sia la sua altezza sul piano geometrico.

12. Prob. Date due linee concorrenti ad un punto, trovarne delle altre prospetticamente distanti come le prime. Fig. 4. Tav. 10.

Sieno le linee date ab , dc , su la orizzontale ih segno gli intervalli de , ef , fg , gh eguali ad ad , e coi punti $efgh$ si segnino le linee corrispondenti, concorrenti in x punto accidentale delle prime; così su la qt si segnino gli intervalli bm , mn , no , op , pq eguali a bc , e quindi le linee rispettive pure concorrenti in x , ed avransi le linee cercate. Poichè essendo queste linee, come è noto, equidistanti e parallele in geometria, se queste dalla pianta come abbiám più volte veduto si prolungassero ad intersecare la fon-

damentale qt , le intersezioni enunciate non potrebbero essere anch'esse che equidistanti. Così pure le sezioni delle linee di corso su tutte le parallele alla qt , perchè si ha $mb:bc::ct::la:ad::de:ec$.

13. Prob. Date due linee orizzontali, trovarne delle altre prospettivamente equidistanti, Fig. 5. Tav. 10.

Sieno le linee date ab, cd , avendo fissato un punto ad arbitrio su l'orizzontale y , segno le linee ye, yq, yr, ys, yt , che abbiano gl'intervalli eq, qr, rs, st eguali. Sul primo punto e segno una linea ex la quale seghi le linee suddette, e passi per gal tro punto di sezione delle altre due linee cd ed yq ; ed avendo dai punti intersecanti irn tirate le orizzontali mn, op , ec. queste saranno distanti tra loro come si bramava. Perchè per la natura della prospettiva noi abbiám veduto che le linee ye, yq ec., concorrenti in y , in geometria sarebbero parallele ed equidistanti, dal che è chiaro che la linea ex che le taglia tutte, in geometria mi darà gl'intervalli eg, gi, ir, rn eguali. Dunque anche le linee mn, op ec. che da questi punti partono, saranno equidistanti.

Da questa se ne ricava un'altra maniera non meno facile per trovar queste linee. Fissati due punti ad arbitrio su l'orizzontale xy , si segnino da un punto e della prima linea le altre ex, ey . Indi dalla sezione di una di queste linee colla seconda cd in f , si segni fx , tendente all'altro punto x . Dal punto g si segni gh tendente ad y , la quale segnando la fx in h , in questo si avrà il punto di passaggio della linea mn . Così dal punto i segnando la il concorrente pure in y , avrassi l'intersecazione l , e con questa la linea op , e così dicasi di tutte le altre.

14. Prob. Date due linee verticali già poste in prospettiva, trovarne delle altre che camminino con eguali intervalli delle prime, Fig. 6. Tav. 10.

Le linee prospettiche date saranno ab, cd , ed il punto di corso delle loro estremità sarà g , si fanno gli intervalli bz, zx, xu, uv, vt , sulla prima linea a piacere, ma eguali, e quindi le linee bg, zg, xg ec. Per i due punti bm si prolunghi la linea bt , quale intersecando le altre in p, q, r, s , in queste saranno le situazioni delle verticali cercate.

Come nel primo caso si possono trovare queste linee in altro modo. Innalzato sul punto g la verticale gh , si segni il punto h su la stessa ad arbitrio e si segni bh , dal punto m si tiri pure mg . Dal punto d si segni la dn tendente ad h , questa intersecando la mg in n , avrò in n il passaggio della verticale ef , così per f avendo segnato fo , avrò la linea il , e così di seguito.

15. Prob. Date tre linee verticali prospettiche, trovarne delle altre che camminino colla proporzione delle prime, Fig. 7.

L'operazione per ottener questo non differisce dalla prima che nella intersecazione l di più che succede su la bz , per esser tre le linee date ab, cd, ef . Per cui dal punto b innalzata prima di tutto la linea bz , ove questa interseca le date in il , si seguino ri, sl tendenti a g , quindi gli intervalli st, tv, vu ec, eguali e disposti come agli altri br, rs , ed avendo dai punti $tvuxy$ segnate le linee tg, vg, ug , ec. ove queste intersecheranno la bz , saranno i punti di passaggio delle linee cercate.

Oppure essendo segnata la verticale gh e la linea bh , dai punti il si segnino le altre linee ig, lg , e dal punto f si segni la fn tendente ad h , e dalle due sezioni mn le verticali op, qr , ec.

Scorgerassi che l'operazione di queste ultime due figure non differisce da quella della 5., che nella disposizione delle linee le quali invece di essere verticali sono orizzontali, per cui anche i punti accidentali devono essere su l'orizzonte. Ma premessa questa differenza è chiaro che anche in questa se ne potrebbero trovare tre, quattro e più a piacere, operando come si è veduto nella Fig. 7.

DELLE LINEE CURVE.

La maniera di trasportar comunemente le linee curve in prospettiva, è quella di dividerle in tanti punti, i quali posti nell'alzata prospettica danno la traccia della curva bastantemente indicata per segnarla a mano. Così volendo segnare per esempio un circolo in prospettiva, si può dividere la di lui pianta in otto dieci o simile, e trasportati i punti del poligono, in vece di segnare tra queste le linee rette che lo formano, si uniscono con una curva che sarà la prospettiva del circolo suddetto.

Bisogna però confessare che se questo metodo è proprio per trasportare in prospettiva qualunque curva ancorchè irregolare, esso non è però il più breve per i cerchi e l'elissi quali sono di molto uso ai prospettici. Quindi i metodi i più corti per trovarne la loro prospettiva potrebbero apportare alla pratica non lieve utile.

Non sarà adunque discaro al pratico che io dia qui la maniera di internarsi nella teoria di queste curve, perchè oltre a quelle abbreviazioni che si potrebbero ottenere nelle regole, si rinvencono con più chiarezza i casi che nelle elevazioni prospettiche debbonsi isfuggire, per non incorrere in certi inconvenienti che si vedranno più avanti, quali nascono dal dovere la prospettiva che non si può eseguire che con un sol punto di vista, essere riguardata su tutti i sensi. I quali inconvenienti da chi non ha cognizione della causa vengono riguardati come un vizio dell'arte e non sapendone applicare i rimedj opportuni, vantano l'inutilità della stessa.

Ma così non opina chi conscio dell'esattezza della base su cui le regole sono appoggiate, sa pure che i bisogni dell'uomo essendo molti, e come alcuni dicono capricciosi, ne nasce che a tutti non possono ben convenire. E se in uno specchio che pure è di piana superficie, si scorgono gli oggetti non alterati e come si vedono in natura, per poco che si voglia riflettere, ne risulterà manifesta la cagione. Primieramente le cose osservate in uno specchio si vedono coi due occhi aperti, e gli oggetti ivi espressi, essendo mobili secondano in tutto i movimenti dell'uomo, e le leggi della natura, e rendono visibile quell'oggetto il quale chiudendosi un occhio viene a nascondersi; la quale cosa nelle prospettive, essendo gli oggetti immobili, non si può ottenere. La seconda e più forte cagione si è, che ancorchè si guardasse in uno specchio con un sol occhio, ad ogni piccolo movimento di questo, gli oggetti cambiano la posizione su la superficie dello stesso, secondando continuamente il punto di vista. Si metta nelle prospettive un foro nel luogo proprio del punto visuale, dal quale solamente si possano osservare, ed allora scorgerassi, che le mostruosità visibili in tutti gli altri aspetti concorranno a rendere più naturale e veritiera la cosa ideata; nello stesso modo che una figura deforme e sproporzionata veduta in uno specchio concavo o convesso a tal uopo costruito si vede nella sua giusta forma e proporzione.

Dovendo pertanto le prospettive essere vedute su tutti i punti, egli è ben certo che ci vorrà gran cognizione nella scelta delle parti componenti le stesse, ed arte nel disporle ed adattarle, acciò riescano grate in tutti gli aspetti. Ma se in certi casi è necessaria per l'arte l'eccezione alle regole, ciononostante è ben sicuro che a chi non conosce le stesse, non verrà mai dato di sapere ove esse vanno o possono essere alterate, e come e quando. E siccome succede negli strumenti fissi musicali, che nell'accordarli, rubando qualche comma ad una voce per darla ad un'altra, alterando un poco un accidente per servirsene a due usi, fa sì che essi riescono tollerabili in tutti i tuoni, quandochè se si volesse l'esattezza matematica nell'incordatura di un tuono solo, diverrebbero discordanti gli altri tutti, e priverebbersi così la musica di quella sì grata variazione di tuoni che è l'anima dell'armonia. Così nella prospettiva, se saprà fare l'artista la scelta più opportuna dei punti visuali e della situazione degli oggetti da dipingersi, e si servirà all'uopo della modificazione di quelle regole che potrebbero essere difettose all'uso delle prospettive, esse riesciranno tollerabili in tutti i punti di vista, molto più essendo il loro giudice l'occhio, il senso del quale non è tanto preciso quanto quello dell'udito.

Per isorgere dunque la natura delle linee curve è d'uopo sapere che un cono qualunque abc , Fig. 1. Tav. 11., segato da un piano, presenta nelle diverse sezioni quattro curve differenti. E primieramente se la sezione de è parallela alla base, presenta una figura simile alla base stessa, così se la base è un circolo, la sezione sarà un circolo. Se taglio tutti e due i lati colla linea fd inclinata colla base, la sezione è un'ellisse, ammenochè questa sezione, come la rs , fosse disposta in modo che facesse col lato ac l'angolo che la base fa col lato opposto ab , e viceversa coll'altro lato, vale a dire che l'angolo asr , fosse eguale all'angolo abe , e l'altro ars all'altro acb . Questa sezione dicesi antiparallela, e siccome uguaglia l'altezza alla larghezza, essa perciò presenta un circolo. Da questo ne nasce che tutte le sezioni che faranno col lato ac un angolo maggiore di asr , saranno più larghe che alte, e viceversa saranno più alte che larghe, quelle sezioni che faranno un angolo minore dell'anzidetto. Scorgerassi però che nel cono retto non può succedere la

sezione antiparalella, poichè ha l'angolo acb eguale all'altro abc . Ne viene da ciò, che le figure ellittiche provenienti dalla sezione di un cono retto, saranno tutte più alte che larghe.

Se poi la sezione hi è parallela ad uno de' suoi lati, la curva che ne risulta dicesi *parabola*, e se la sezione fm fa angolo con uno de' suoi lati prolungato dalla parte del vertice, ella è un' *iperbole*.

Essendo la parabola e l'iperbole curve estranee e di poco uso nelle prospettive, poichè giammai succede che la piramide visuale venghi ad essere tagliata in modo da produrre queste curve, né meno ai prospettivi accade di usare solidi di simile forma, ci fermeremo a discorrere delle altre due, le quali sono di grande utilità e molto usitate, ragione per cui nel rinvenire la loro teoria potrà la pratica ritrarne vantaggio nell'accorciamento delle operazioni nelle regole.

E non credasi estraneo alla prospettiva un tale raziocinio, appoggiato alle sezioni coniche. Poichè se rifletterassi, che la prospettiva altro non è che una sezione dei raggi visuali, che fanno, come abbiamo veduto, una piramide avente per base la faccia anteriore dell'oggetto e vertice il punto di vista, ne risulterà che se questa base è un circolo, la piramide dovrà essere necessariamente un cono, e conseguentemente dovrà produrre nelle diverse sezioni fatte dalla parete quelle curve che abbiamo vedute prodursi dal cono.

In fatti sia ab , Fig. 2. il diametro di un circolo il quale sia base del cono obliqua abc , considerasi questo come un cono visuale, nel qual caso c sarebbe il punto di vista, oppure un cono materiale, se io lo sego con un piano hi , la sezione non può essere che un'ellisse, e conseguentemente se hi si considera come la parete, la figura che ne provverrà, sebbene alcuni erroneamente credono al contrario, sarà perfettamente ellittica. E già da un simile raziocinio può anche scorgersi, che se la periferia del circolo obbiettivo può divenire ellittica in prospettiva, non così il centro dell'uno può esser centro dell'altra, fuorchè nel solo caso del parallelismo colla base.

Per persuadersi di ciò sia f il centro del circolo, prolunga da questo al vertice la linea fc . Se io sego il cono con un piano de

parallelo alla base, io avrò $af:fb::dg:ge$, vale a dire essendo af, bf eguali, saranno pure eguali dg, ge , e perciò il centro della sezione de , sarà in linea con quello della base f . Ma non sarà così della sezione hi , perchè non essendo parallela alla ab , gli intervalli hl, li non possono essere eguali, e per conseguenza il centro dell'ellisse proveniente, può essere corrispondente ad una corda del circolo.

Ora vedesi che essendo la prospettiva del circolo un'ellisse, si potrebbe nel ridurlo in prospettiva semplificare non di poco l'operazione, evitando di trasportare col metodo usato i punti della periferia suddetta, e rinvenendo le corde del circolo obbiettivo che corrispondono ai diametri minore e maggiore dell'ellisse in prospettiva. Per far ciò sia *A*, Fig. 3. il circolo da porre in prospettiva, *x* il punto di vista, *VZ* la parete. Segno i raggi cx, bx tangenti al circolo, e dico, la larghezza maggiore della prospettiva del circolo è cb , e conseguentemente se questa prospettiva è un'ellisse, la corda cb che passa pei punti di tangenza cb , ne deve essere necessariamente il diametro maggiore. Trasporto dunque cb in prospettiva, quale sarà fg .

Di più, se fg è il diametro maggiore di un'ellisse, il diametro minore sarà nel mezzo e perpendicolare a questo, segno dunque questa linea, hi , ma essendomi indeterminata la di lei lunghezza, per rinvenirla faccio un'operazione inversa di prospettiva; cioè prolungo hi sino ad m , e verticalmente sotto ad l segno il punto o , che sarà il mezzo di de . Per o segno la linea on , tendente al punto di vista x , il quale intersecando la corda cb in n , darà in questo il punto obbiettivo di l . Coi punti mn segno la linea qp , questa sarà la corrispondente al diametro minore dell'ellisse che si cerca. Trasportando dunque i due punti pq in prospettiva, avrò hi lunghezza del diametro minore cercata. Con uno dei metodi già spiegati nella planigrafia §. 25. o 26. si trova l'intera periferia dell'ellisse.

Egli è però da avvertirsi, che se si volessero condurre delle linee, che dalla periferia del circolo concorressero al centro, come vedesi nel circolo *C*, allora bisogna trasportare in prospettiva il centro vero del circolo, e dalla periferia prospettica condurle allo stesso. Questo è ciò che confonde taluni, i quali vedendo che il centro

del circolo obbiettivo non corrisponde in nessuna maniera al centro della figura che ne risulta in prospettiva, ne deducono la conseguenza che essa sia una curva irregolare; ma ritenendo che oramai ciò è pur troppo manifesto, verremo ad altre riflessioni.

Si vede, che se io volessi ridurre un altro circolo in prospettiva in linea con questo, come B, bisognerebbe segnare in primo luogo i raggi tangenti in rs , ma siccome questo gli si allontana di fianco, e la corda rs , che equivale al diametro maggiore dell'ellisse corrispondente della prospettiva, dovendo sempre essere in facciata al punto di vista, ne risulta, che cambiando esso continuamente la direzione rispetto alla superficie, va sempre più a pendere da un lato, di mano in mano che si scosta dal mezzo, e l'intervallo vt delle sezioni dei raggi tangenti colla superficie si allunga, e conseguentemente la figura prospettica va continuamente a cambiare la forma e la direzione, divenendo più lunga e più stretta.

Ora quale deformità ne risulti nella pratica da una simile combinazione, se si supponessero come basi di colonne i circoli suddetti, egli è ben visibile; restando in questo caso alterati tutti i diametri, ed ingrossandosi nell'allontanarsi dall'occhio; cosa che sembra contro ragione, ma di cui se ne scorge la causa geometrica nel riflettere, che dovendo una superficie piana contenere la dimensione di una circolare, deve necessariamente allungarsi nel discostarsi di fianco dall'occhio, per ottenere anche col suo scorcio naturale, quella dimensione che il circolo dà sempre perpendicolare all'occhio stesso. Questo non produrrebbe deformità, qualora si vedessero gli oggetti precisamente nel punto col quale sono fatti, ma divenuta tutto alterato per poco che se ne discosti.

E non solo il circolo contiene questo difetto, ma qualunque altro poligono, come il decagono l'ottagono l'ellisse ec. e il difetto sarà tanto più sensibile, quanto più saranno i poligoni discosti dalla figura rettangolare, la quale se in realtà non è esente da questa legge per se stessa naturale, come vedcsi nei quadrati circoscritti ai circoli prospettici, che secondano in tutto l'andamento dell'ellissi corrispondenti, pure siccome questa ha l'angolo che divide la facciata dal fianco, l'occhio ne resterà appagato, e l'alterazione della di lui larghezza non scorgerassi, che nel circolo essendo una linea

continuata, è ciò visibile più che in qualunque altro poligono, essendochè niuna distinzione evvi in esso nè di facciata nè di fianco.

Per rendere possibilmente meno sensibile un simile inconveniente, oltre i ripieghi che si accenneranno nella pratica, bisogna avvertire le seguenti cose:

1°. Il punto di vista sarà sempre nel mezzo del quadro, perchè oltre all'essere questo luogo il più naturale e comodo per vedere qualunque cosa, i lati della parete accorciano meno che in qualunque altro luogo, e per conseguenza le regole produrranno sempre un migliore effetto.

2°. L'altezza del punto di vista deve esser poca, poichè produce comunemente un effetto più gradevole. Per lo più non ecceda l'altezza naturale di un uomo proporzionato alla veduta. Quelli più alti ed a vista di uccello, sono più proprj per disegni dimostrativi e non mai per prospettive, il di cui scopo dev'essere l'illusione grata e piacevole: ed anche in questi casi l'altezza del punto visuale sia sempre minore della distanza dello stesso, altrimenti gli sfondi che devono essere in iscorcio, e conseguentemente più corti della facciata, s'approssimerebbero alla dimensione di questa, come vedemmo nel § 11. della teoria, con grave danno dell'effetto ottico.

3°. La distanza del punto di vista non farà mai un angolo più grande di quello di 30 gradi, col lato maggiore del quadro, oppure secondo vuole Lionardo da Vinci, la distanza del punto di vista sarà tre volte la dimensione più lunga del quadro stesso. E ciò perchè oltre ad essere questa distanza più comoda per la visione degli oggetti, il difetto soprannotato è molto meno sensibile, essendo allora le piramidi visuali più allungate e meno precipitose.

4°. Un tempio rotondo ellittico e simile, sarà sempre nel mezzo del quadro, e se si dovesse porlo da una parte, allora bisognerebbe trasportare il punto di vista da quella parte, perchè questo dev'esser sempre nel mezzo dello stesso, altrimenti il diametro maggiore dell'ellisse viene ad essere inclinato rispetto alla parete, e conseguentemente tutto l'edifizio penderebbe da una parte. Da questo si può comprendere che due edifizj rotondi non possono combinarsi con successo in una prospettiva sola, amenochè non si volessero supporre due punti di vista, ma ciò è contro natura. Cionullo-

stante non essendovi in questi edifizj linee che colla loro divergenza indichino il punto stesso, qualche volta potrebbe ciò tollerarsi. Il pratico deve saper evitare e prevedere tutti i casi che ad esso possono occorrere. Mi si dirà che il difetto del tempio è comune ancora alle colonne, le quali essendo tonde, le basi ed i capitelli cadono da una parte; ma essendo queste di piccola dimensione, riesce facile al pratico il rimediarvi, e rendere poco sensibile il difetto, coll'adattar queste all'uso delle prospettive, senza discostarsi di troppo dai quadri da' quali possono essere circondati: e più facile gli riuscirà quando il punto di vista sarà da un lato meno che sia possibile. Laonde crescerà sempre più la necessità di tenerlo nel mezzo.

Ciò che fin'ora dissi del circolo, può intendersi relativo anche all'ellisse, poichè questa figura va soggetta alle stessissime regole potendo venire in prospettiva più o meno allungata ed anche prendere la forma di un circolo, il che deve evitarsi. A maggiore chiarezza di ciò presenteremo un esempio anche di questo nella Fig. 4.

Sia x il punto di vista A l'ellisse da ridurre in prospettiva. Segno i raggi xv , xr , tangenti all'ellisse in rv e segno il diametro maggiore della figura prospettica trasportando rv in bc . Segno dg ad angolo retto e nel mezzo di bc e trasporto il centro f sulla corda rv in u , come si è veduto nel circolo. Prolungo per g e per u la linea gv , la quale mi dà nelle intersezioni fv trasportate in prospettiva i punti de del diametro minore prospettico, indi si trova l'intera periferia coi metodi geometrici spiegati.

Ora che abbiamo veduto la maniera di trasportare in prospettiva i circoli posti sul piano geometrico, vediamo un poco la maniera con cui bisognerebbe agire, se questi fossero innalzati verticalmente, come possono essere gli archi d'un edificio.

Sia A , Tav. 12. Fig. 2. l'arco da porre in prospettiva, B la prospettiva pianta, X il punto di distanza, e z quello di vista nel quadro. Trasportando in prospettiva le linee de' piedritti CE , DF , i quali sono tangenti al semicircolo che forma l'arco, avrò due tangenti anche nel circolo prospettico, e siccome queste sono verticali, in prospettiva restano tra loro parallele: ed essendo altronde noto in geometria, che se dai punti di tangenza di due parallele, si segna una linea in un'ellisse, questa passa pel centro, conseguentemente for-

ma un diametro; così cd prospettiva di CD sarà purè un diametro della nuova figura ellittica che ne risulta in prospettiva.

Ciò posto, o che è nel mezzo di cd ne sarà il centro, ed innalzando la linea og parallela alle tangenti ce , df , verrà ad essere il diametro conjugato indeterminato di cd .

Abbasso o verticalmente in h , e segno la linea hi tendente al punto di distanza X , il quale intersecando la periferia ml della pianta nel punto i , mi dà in questo la situazione orizzontale del semidiametro og prospettico. Trasporto quindi in prospettiva questo punto operando come siegue.

Segno nella facciata A sul diametro CD l'intervallo il della pianta, che sarà da C ad L , ed innalzo LN , che è la corda corrispondente al diametro enunciato og , innalzo da i verticalmente la linea in , e trasporto orizzontalmente su questa il punto N in n , per n e pel punto di vista z segno la ng la quale segando og in g , avrò in questo un punto estremo del diametro go conjugato di cd .

Oppure in altro modo forse più comodo in pratica, si prolunghi ml sino alla fondamentale in a , e s'innalzi la verticale ax , e su questa si trasporti il punto N in x , per x e per il punto di concorso della parete y si segni xg , questa unendosi alla og in g , presenterà come nel primo caso in quest'ultimo il punto cercato.

Ottenuti questi due diametri, si avrà l'intera semiperiferia dell'ellisse che forma l'arco colla regola premessa nel §. 28. della plan. cioè, per g si segni pq perpendicolare a cd , e si faccia l'intervallo pg eguale ad od , e segnisi la linea po , prendendo quindi su di una lista di carta i punti pgq , e movendo q su cd prolungata, ed il punto p tenendolo sempre su po , si segnino le diverse situazioni del punto g . Tale operazione indicherà l'ellisse che si cerca.

Per avere l'altra periferia che forma la grossezza dell'arco, si segnino le linee cr , dv , vr , tendenti ciascuna al rispettivo concorso, e s'innalzi st nel mezzo di rv . Per s si segni una linea tendente al concorso di dv , ad intersecare la cd , il quale punto d'intersecazione per esser poco distante da o suppongo o stesso, perchè non succeda confusione. Per o segno una linea verticale ad intersecar la periferia già fatta in g , e per questo segno gt inclinata al concorso di dv , la quale intersecando st in t , darà st diametro conjugato di rv e con questi l'intera semiperiferia come vedemmo.

In altro modo non meno facile di questo, e che potrebbe essere utile alla pratica, si può trovare la periferia di un arco in prospettiva. Sia X, Fig. 1. l'arco enunciato; conduco dai punti A C le linee A B, C B tangenti alla periferia dell'arco, e le quali si uniscano nel mezzo B, per B segno allora l'orizzontale D E, indi la G H tangente pure al semicerchio dell'arco.

Trasposto in prospettiva i piedritti dell'arco, come pure le linee D E, G H come occulte, e tirando le altre $l m, n o$, innalzo sopra la loro scambievole intersezione p , il punto b su la linea $d e$, e segno $a b, b c$. In questa maniera si ottengono cinque tangenti alla curva cercata, e collo stesso metodo anche di più se ne volessero, quali sono le linee dei piedritti stessi $l o, n m$, le altre $a b, b c$, e l'altra $g h$. Queste credo essere sufficienti a determinare in modo l'arco prospettico, da condurre con precisione la di lui periferia senza pericolo di sbaglio.

La stessa operazione si fa con tutti quegli archi che si trovasero in linea con questo. Siffatto metodo è molto proprio per trovare la prospettiva degli archi gottici.

Accade alle volte nella pratica, che situandosi il punto di vista a caso, e senza molto riflettere, alcune piramidi visuali fanno un angolo colla parete, maggiore dei due della base. Vale a dire, supposto $c a$, Fig. 3. come un muro nel quale sieno posto i piedritti $c b a$ con archi, si colloca il punto di vista in f di modo, che segnando la piramide $f a b$, l'angolo $f h i$ viene ad essere maggiore di $f b a$, e di $f a b$. Tale disposizione equivale alla sezione che abbiamo veduto succedere nel cono scaleno producente curve ellittiche più alte che larghe; laddove considerando l'operazione in pianta, la maggiore dimensione essendo situata orizzontalmente verrebbero gli archi più larghi che alti. Ora seguitando gli archi verso c , potrebbe darsi, anzi d'ordinario succede, se questi sono molti ed in linea, che gli ultimi archi sieno più alti che larghi, e quello di mezzo circolare.

La deformità che ne risulta da una simile disposizione non solo negli archi, ma anche nell'intercolonnj, nelle aperture di porte finestre e simili, salta all'occhio di chiunque. A far dunque che nella pratica non si dia una tale combinazione si possono tenere per norma le seguenti due regole: la prima delle quali suppone già

data la situazione della superficie e della piaqta, e l'altra la libertà di disporre il tutto dal prospettico.

Reg. I. Sia ab , Fig. 4. la parete, fgh un muro con archi, od altro da ridursi in prospettiva, si tiri la cd indeterminata distante dalla ab quanto il punto di vista. Prolunghisi fg sino ad i , e facendo centro in i segnisì l'arco no , indi la linea no , e dall'angolo g conducasì la gc parallela alla no . Lo stesso si faccia del lato gh , si prolunghi sino ad l e col centro l si segnisì l'arco mh , indi la linea mh e dal punto g la gd parallela alla hm . Si ponga il punto di vista a piacere nell'intervallo cd , ritenendo questi due punti come gli estremi, dai quali è meglio stare qualche cosa discosto, perchè essendo in questo caso gli angoli eguali dei raggi colla parete, e colle linee obbiettive in g , tutti i raggi che si prolungheranno a queste, e i quali partano dall'intervallo cd , faranno un angolo maggiore nelle linee suddette che colla parete, e così viene levato l'inconveniente enunciato.

Reg. II. L'altra poi è molto più utile per vedere gli oggetti nella posizione che si vogliono, e situare la parete nel modo più congruo, a mostrare gradevolmente il più che sia possibile la loro forma. Sia per esempio bac , Tav. 13. Fig. 4. un muro disposto a colonne o ad archi, o qualunque siasi altra cosa per disegnare in prospettiva, ed il punto di vista, onde ottenere un effetto maggiore nel movimento totale del quadro, sia nella situazione di d , facendo centro in questo si segnisì l'arco ef , dopo aver segnati i raggi bd , cd dai punti estremi b e c di ciò che si vuole porre in prospettiva; dalle intersezioni ef si segnisì la linea ef , e si prolunghi a piacere, questa sarà la pianta della parete sulla quale si vogliono disporre gli oggetti.

Quanto dissi finora credo che debba bastare, onde conoscere la base su cui la prospettiva è appoggiata, e la cagione per la quale usando quella tal regola, debba essa dare l'esattezza dell'operazione. Passerò dunque ad applicarle alla pratica, nella quale potrà scorgerci chi nella teoria sarà ben fondato la ragione dell'operazione, senza che io ne allunghi la spiegazione col dimostrarla.

La prospettiva è divisa in due parti, l'una riguarda solamente le linee segnate sul piano, che dicemmo *planigrafia prospettica*, e l'altra la delineazione dei solidi, detta *elevazione o stereografia prospettica*. Incominceremo adunque dalla prima essendo la più semplice, e la base per rinvenire con più facilità l'altra.

PLANIGRAFIA PROSPETTICA

OSIA

DELINEAZIONE PROSPETTICA DELLE FIGURE PIANE.



In primo luogo, affinché si proceda con ordine in questa materia e le regole s'imprimano con facilità nella mente, cominceremo dal porre in prospettiva un quadrato, come la figura la più semplice, e questo con regole diverse e sempre nella stessa posizione; onde poterle agevolmente confrontare tra loro, e conoscerne la migliore.

1. Mettere un quadrato in prospettiva per mezzo del profilo e della pianta; detta comunemente *regola del taglio*, Fig. 1. Tav. 13.

Sia il quadrato $debc$, il punto di veduta g , e la linea del taglio o superficie Nm . Conduco i raggi cg, dg, bg, eg , e dalle intersecazioni hi, tm , innalzo le perpendicolari ha, il, to, mx . Faccio il profilo segnato colle lettere majuscole facendo NQ linea del taglio, DN piano geometrico. Trasporto le distanze della pianta su questo, facendo BN eguale alla distanza perpendicolare di b da Nm , così CN a quella di c ec. Segno il punto di vista G al-

l'altezza che desidero e distante da Q quanto g lo è da i . Indi conduco i raggi DG , EG , CG , BG , e trasporto i punti LHM orizzontalmente ciascuno sulla sua corrispondente perpendicolare, essi mi daranno nei punti $n l x o$ gli angoli del quadro in prospettiva. Dunque il quadrato $n l x o$ sarà la prospettiva di $d e b c$.

2. Segnare il quadrato stesso per mezzo di due punti, evitando il profilo.

In tre maniere si può ciò ottenere. I°. Col punto di vista dell'alzata ed un altro orizzontalmente in linea con questo, distante dallo stesso quanto si suppone la parete distante dall'occhio; detto perciò *punto di distanza*. Una tal regola distinguesi col nome di *diagonale*. II°. Collo stesso punto di vista, e con un altro posto perpendicolarmente sopra di lui, distante dalla fondamentale quanto il punto visuale è distante dalla parete, il quale punto può dirsi pure di *distanza*, ed altro non è che il punto di vista della pianta. Questa regola chiamasi *della perpendicolare*. III°. Servendosi solamente dei due punti di distanza, dei quali il primo si distingue col nome di *orizzontale* ed il secondo si chiama *punto di distanza perpendicolare*. La regola dicesi *dei punti di distanza*.

Regola della diagonale, Fig. 2. Tav. 13. 1.

Si sa per le definizioni geometriche che il punto è una cosa indivisibile, per cui si può supporre voltato in qualunque direzione. Suppongo adunque i punti $c b d e$ del quadrato da porre in prospettiva su di una linea $c i$, $d y$, $b q$, $e n$, perpendicolare alla superficie. Ora abbiamo già veduto che una tale linea ha il suo concorso nel punto di vista: segno adunque le linee $i f$, $y f$, $q f$, $n f$ concorrenti in f e dico su queste vi dev'essere il punto cercato.

Di più sappiamo che una linea ad angolo semiretto colla superficie ha il suo limite orizzontalmente distante dal punto di vista, quanto questo lo è dalla parete. Segno adunque le diagonali $d s$, $c m$, $e p$, $b o$, indi le linee $s h$, $m h$, $p h$, $o h$ concorrenti al punto enunciato h , e su queste parimenti vi dev'essere il punto cercato.

Dovendo adunque il punto c esser tanto su la linea $i f$ quanto su la $m h$, esso non potrà essere situato che nella loro scambiabile intersezione v , e così dicasi degli altri. Dunque le intersezioni $v l x u$ indicheranno la prospettiva del quadrato $c b d e$.

Scorgerassi da ciò, che la regola della diagonale non è punto la supposizione del punto di vista al di là della parete, nè lo stesso voltato di fianco, come alcuni non troppo istruiti del vero carattere della prospettiva osano asserire: essa altro non è che la supposizione del punto che si cerca su di due linee, che hanno noto il loro punto accidentale senza esservi bisogno di cercarlo: dal che è facile arguire, che con qualunque direzione di linea si potrebbe ciò ottenere, se di questa fosse conosciuto il punto di concorso. Tengasi un tal raziocinio a calcolo, che potrà apportare alla pratica una facilità forse maggiore di quella che si può ottenere coll'altra, come più avanti si vedrà.

Regola della perpendicolare Fig. 2. Tav. 13.

Si segnino dalla pianta al punto di distanza g i raggi cg, dg, bg, eg , e s'innalzino dai punti $tyqr$ le perpendicolari tv, yl, qu, rx . Innalzinsi pure dagli angoli $c b d e$ come nel primo caso le perpendicolari ci, dy, bq, en , e si tirino dai punti $tyqn$ al punto di vista f le linee if, yf, qf, nf , queste intersecando le altre in $vtxu$, m'indicheranno il quadrato cercato.

Da queste due regole poi se ne ricava la terza, perchè se io invece d'innalzare le perpendicolari ci, dy, bq, en , segnerò le diagonali ds, cm, ep, bo , indi le linee concorrenti al punto di distanza h , come si è veduto nella regola della diagonale, allora l'intersecazione di queste colle altre tv, yl, qu, rx , m'indicheranno in $vtxu$ il quadrato prospettico cercato.

3. Segnare il quadrato coi semplici punti di concorso, Fig. 3. Tav. 13.

Essendo m il punto di vista, il sarà l'orizzontale. S'innalzi mx facendola eguale all'intervallo di distanza, e si segni xi parallela ai lati cb, de del quadrato, come pure la xl parallela agli altri be, cd , queste segnando l'orizzontale mi determinano in i il punto di concorso dei lati cb, de , ed in l il concorso degli altri be, cd .

Si prolunghino i lati del quadrato, e si uniscano colla linea sr , e da ciascun punto d'unione di questa cogli altri si prolunghi una linea al rispettivo punto accidentale, vale a dire, i punti hg concorrenti in i ed af in l . L'intersecazione scambievolmente di queste linee indica il quadrato $noqp$ prospettico.

Dal confronto di queste regole sembrami non dubbia la scelta che se ne può fare. Per rinvenire l'angolo di una figura abbiano due linee che colla loro scambievole intersezione lo indichino, per trovarne invece il lato una sola ne basta. Aggiungasi a ciò la maggiore precisione che si ottiene, perchè è ben noto a prospettici che il punto di concorso è il più sicuro appoggio onde regolare le loro operazioni, e di cui niuno non ne può far senza. E molto più in questo caso s'aumenta l'esattezza, poichè d'esso è che mi dà la linea, e non questa, che come comunemente si usa, lo rinviene dopo trasportata in prospettiva. La regola dei punti di concorso è poco e quasi posso dire non è nota ad alcuno, e sembrami impossibile che l'utilità della medesima sia sfuggita di vista a tanti valenti uomini che di quest'arte ragionarono.

Se poi si volessero altri quadrati in prospettiva, non si fa che replicare l'intervallo gh in hr , e segnando ri , si otterrà l'altro quadrato $toqv$, così trasportando af in as , e segnando sl si otterranno gli altri $zyon$, $yuto$, e così operando di seguito se ne avranno quanti se ne vogliono.

4. Segnare un pavimento a quadretti i quali abbiano un lato parallelo alla superficie, Fig. 1. Tav. 14.

Facciansi gl'intervalli cd , de , ef ec. eguali ad un lato del quadrato con cui si vuole ornare il pavimento suddetto, e si segnino le linee concorrenti al punto di vista a . Indi da un angolo l si segni la diagonale lb tendente al punto di distanza b , questa mi determina nelle intersezioni mno colle altre, il passaggio delle orizzontali che compiscono i quadretti cercati.

L'eguale operazione si fa anche, se i quadrati si volessero disposti in modo che tra loro vi fosse un rettangolo come nella Fig. 2. essendochè la diagonale nell'intersecare le perpendicolari prospettiche, dà la situazione delle orizzontali disposte come le altre.

5. Segnare un pavimento ottagono, con un lato parallelo alla parete, Fig. 3. Tav. 14.

Si segni il quadrato $abcd$, colla maniera che vedemmo nella Fig. 1. e 2. come pure si tirino al punto di vista g le linee occulte qe, fh . Queste intersecando le orizzontali danno la situazione prospettica degli angoli $efgh$. Appoggiandosi ai detti si hanno i lati

corrispondenti inclinandoli verso il rispettivo punto di concorso x o p , i quali punti per essere i lati fb , ei dell'ottagono inclinati colla parete con angolo semiretto, saranno distanti da g quanto è l'intervallo di distanza del punto di vista, come vedemmo nella regola della diagonale.

6. Disegnare un pavimento ad esagoni con un lato perpendicolare alla parete, Fig. 4. Tav. 14.

Fatto l'esagono nella maniera che si vuole, s'incominci a trovare il punto di concorso dei lati cb , be , col metodo che abbiamo veduto nella tavola antecedente parlando della Fig. 3. Detti punti saranno nl . Si prolunghi ad sino a g , e si tiri gl .

Dal punto b si segni bm , questa intersecando gl in o , mi dà la situazione della prima orizzontale xx . Si replichi l'intervallo gb , da b ad h , e segnando hm , avrò l'intersezione p , luogo della seconda orizzontale zs , così replicando il medesimo intervallo in hi , avrò mediante iq il punto q , passaggio dell'ultima orizzontale.

Replicando quindi gl'intervalli rb , bs sulla fondamentale, e condotte le linee al rispettivo punto di concorso m , avrassi nelle intersezioni delle prospettive di ab colle orizzontali enunciate la situazione degli angoli ba , e nelle altre la direzione dei lati cd , ef . Condotti poscia dagli angoli prospettici di ba i lati contigui tendenti al rispettivo punto di concorso nl , avrassi gl'intieri esagoni come si vede,

7. Segnare un pavimento come sopra avente i lati inclinati ad angolo qualunque colla parete, Fig. 5. Tav. 14.

Dagli angoli $ophd$, si prolunghino alla fondamentale le linee ab , cd , e trovatone il punto di concorso si segnino in prospettiva, replicandone su la fondamentale stessa gl'intervalli ca , come più volte vedemmo. Lo stesso si faccia delle linee ge , ho , nf . L'incontro scambievole delle linee prospettiche di oh , pd , colle altre di ab , cd mi determinano la situazione degli angoli prospettici di $ophd$, e le linee prospettiche di cg , fn mi danno la direzione degli stessi lati.

Trovato quindi il punto accidentale anche dei lati eo , of , avrassi, appoggiandosi agli angoli oh pd già trovati, la loro direzione prospettica.

In altro modo non meno facile di questo si può ciò ottenere. Si prolunghino i lati *gσ*, *nf* sino alla fondamentale, e replicati su la stessa gl'intervalli *vi*, si conducano le linee prospettiche al rispettivo punto di concorso. Lo stesso si faccia di tutti gli altri lati. Nell'intersezione scambievole di tutte queste linee vedrassi abbozzato il pavimento di modo, che tirate a vivo le linee buone e scancellate quelle che non servono che alla regola, si otterrà lo scomparto prospettico che si bramava.

Ciò basti per conoscere la maniera onde regolarsi nella prospettiva planigrafica, avendo di essa parlato anche nello sviluppo della teoria prospettica, veniamo ora ai solidi, nei quali cominceremo come nell'altra col porre in prospettiva un dado nella stessa posizione e con regole diverse, onde poterle agevolmente confrontare e conoscere, e servirsene nei casi ove saranno più adattati.

STEREOGRAFIA PROSPETTICA

O S S I A

RAPPRESENTAZIONE PROSPETTICA DEI SOLIDI.



Segnare un cubo in prospettiva, per mezzo della regola del taglio, Fig. 1. Tav. 15.

1. Sia $abcd$ la pianta. Trasporto questi punti nel profilo $DACB$, e conducendo i raggi in tutte e due le figure al proprio punto di vista xX , trasporto le intersezazioni di questi colla rispettiva superficie ad unirsi scambievolmente, il tutto come abbiamo veduto nella Fig. 1. della Tav. 15. ed avrassi la base $imnl$.

All'altezza del cubo si segna la linea VV , ed innalzando verticalmente su questa i punti $DACB$, si segnano parimente i raggi, come vedemmo di sopra, dei quali trasportatene orizzontalmente le intersezazioni colla parete EV , per intersecare le perpendicolari prolungate in $oqrp$, avrassi la base superiore del solido, e colle linee oi , pl , rn l'intera elevazione dello stesso.

2. Ritrovare la prospettiva dello stesso cubo per mezzo della regola della diagonale, Fig. 2. Tav. 15.

Segnate le diagonali ae , df , bi , cl , e le perpendicolari ag , bl , dv , cn , si conducano le linee al rispettivo punto di concorso, cioè quelle che partono dai punti $efil$ al punto di distanza, e quelle che si conducono dai punti $glvn$ a quello di vista y . L'intersecazioni di queste linee mi danno la base inferiore del solido in $qrst$.

All'altezza del solido stesso si segni la linea po , ed innalzinsi verticalmente su questa i punti $efil$, $glvn$, e condotte le linee, come vedemmo, al punto accidentale corrispondente, avrassi la base superiore $uuuu$, e da ciascun angolo sovrapposto delle due basi segnando le linee uq , ut , us , si otterrà l'intero dado in prospettiva.

3. Mettere in prospettiva il solido sopradetto colla regola della perpendicolare, Fig. 2. Tav. 15.

Segnati i raggi ax , bx , dx , cx , s'innalzano dai punti $hlvm$ le linee uh , ul , uv , um , le quali formano gli angoli verticali del cubo. Segnate quindi le perpendicolari ag , bl , dv , cn , e le linee gy , ly , vy , ny , avrassi nell'intersecazione di queste colle linee enunciate corrispondenti, la base $qrst$ del solido.

Si segni, come vedemmo nella regola antecedente, la linea po , all'altezza del cubo; e trasportando pure su questa verticalmente i punti che servirono per rinvenire la base inferiore, si avrà replicando la stessa operazione anche la base superiore, e con essa tutto il dado.

Se si evitassero le perpendicolari ga , bl , dv , cn , sostituendovi le diagonali ae , df , bi , cl , si avrebbe la terza regola dei punti di distanza.

4. Trovare il cubo enunciato coi soli punti di concorso, o accidentali, Fig. 3. Tav. 15.

Sia x il concorso dei lati ab , dc , e z quello dei lati bc , ad . Si prolunghino questi sino alla fondamentale eh , e dai punti ef segnando le linee em , fn , e dagli altri ih , le altre hm , il , tendente ciascuna al proprio concorso, avrassi nella scambievole sezione la base inferiore $lmni$ del prisma.

Si segni come nelle altre figure all'altezza del prisma la linea po e trasportando i punti $efih$ verticalmente su questa, e tornan-

- do da questi a condurre le linee pt , rs , ot , rq al corrispondente punto accidentale, avrassi la base $qtsr$ superiore del solido. Dagli angoli corrispondenti delle due basi si segnino quindi le linee ql , ri , sn per avere l'intero cubo in prospettiva.

Anche quivi nel confronto di queste diverse regole, vedesi quanto quest'ultima sia più comoda e breve delle altre premesse. Ancorché adunque essa sia poco nota e da niuno usata, antepoendosi quella della diagonale, io nel corso di questo trattato non farò uso che della medesima, lasciando le regole pratiche delle altre a tutti gli altri trattati di questo genere, che già con ben poca modificazione non fanno che continuamente sviluppare le stesse. In questa guisa spero di essere molto più utile agli artisti, giacché questa essendo più breve e meno complicata delle altre, più spedita sarà l'esecuzione pratica e più esatte ne risulteranno le operazioni, poichè ciò va mai sempre unito alla maggiore semplicità.

5. Elevare un cubo in prospettiva, inclinato col piano orizzontale, Fig. 4. e 5 Tav. 15.

Essendo il corpo che sono per dimostrare solo ed isolato, si può evitare di trovare i punti di concorso di tutti i lati di esso; ma se ve ne fossero degli altri uniti in linea allo stesso modo, per cui allora vi sarebbero molte linee concorrenti ad un punto, io darei per precetto di non tralasciarli mai, perchè per chiare e precise che siano le intersezioni, non è possibile avere da questi la divergenza delle linee, con quella esattezza e facilità con cui si ottiene mediante i punti di concorso.

Sia adunque $abcd$, Fig. 4. il cubo enunciato, $BB DD$ la pianta, e sia EO Fig. 5. la linea fondamentale del quadro. Sotto questa nella situazione a piacere pongo la pianta del cubo sopradetto, e siccome sarà visibile a ciascuno che dall'inclinazione di questo solido, i lati DD , AA , CC , BB vengono ad essere paralleli all'orizzonte, per cui il loro punto d'unione sarà su l'orizzontale; così essendo questo il punto più facile a trovarsi; innalzato sul punto di vista x il punto di distanza z , e segnata zy parallela ai lati sopradetti, y sarà il punto accidentale dei lati di cui si parla.

Oppure, ciò che torna lo stesso, avendo dal punto di vista dalla pianta v abbassata vo parallela ai lati DD , CC ec., ad

intersecare la fondamentale in O , trasportando questo verticalmente su la orizzontale in y , questo sarà come nel primo caso il punto cercato.

Ciò fatto prolungo i lati stessi sino alla fondamentale in $fghi$, e da questi punti innalzo delle perpendicolari, a riserva del punto h il quale siccome proviene dal lato CC che tocca la terra, non ha bisogno di essere su la stessa innalzato.

Sulla perpendicolare fp invece perchè proviene dal lato BB , metto l'intervallo eb della Fig. 4. Sulla gq l'intervallo af , e sulla ir l'altro dg .

Dai punti $p q h r$ segnando le linee concorrenti in y mi daranno i lati DD , AA , CC , BB prospettici indeterminati, ed avendo quindi dagli angoli degli stessi segnati i raggi Dv , Dv , ec. concorrenti al punto di vista v , e dalle intersezioni di questi colla fondamentale $lmnopq$, innalzate le perpendicolari ld , ma , nc , od , ob , pa , pc , qb , ove queste taglieranno le linee py , qy ec. in aa , bb , cc , dd saranno gli otto angoli dell'esaedro, per cui segnate le linee ad , ad , bc , bc ec. si avrà l'intera prospettiva dello stesso.

6. Elevare un solido in forma di croce, Fig. 1. Tav. 16.

Prolungo i lati gh , fa , eb , dc sino alla fondamentale e dai punti d'unione di questa cogli altri segno le linee iX , lX , mX , nX divergenti verso X punto del loro concorso. Lo stesso faccio degli altri lati il di cui concorso è Z , ed allora avrò nella scambievolmente intersezione di tutte queste linee la pianta prospettica del solido. È agevole il concepire che le linee punteggiate essendo nascoste al riguardante, si potrebbero nella pratica tralasciare. All'altezza del solido segno la linea PI , e su questa innalzo i punti $ilmq$ ec. e replicando la stessa operazione ne avrò la faccia superiore dello stesso.

Ottenute in questa guisa le due basi del solido, è chiaro che si avrà l'intera elevazione dello stesso, se da ciascun angolo si condurranno quelle linee che ne formano gli spigoli verticali; ma per maggior precisione sarà meglio segnare i raggi ar , hs , bt ec. concorrenti al punto di vista Y , e dai punti $rstvuxy$ innalzare gli spigoli suddetti. Questa operazione serve anche per evitare di trovare certi punti che potrebbero essere imbarazzanti per la loro troppa

lontananza: come sarebbe se si prolungasse il lato $z z$ il quale nell'unirsi alla fondamentale andrebbe fuori della tavola. Queste abbreviazioni si scorgeranno più chiare da quelli che a questo metodo si appiglieranno.

7. Trovare la prospettiva di un parallelepipedo elevato su due gradini, Fig. 2. Tav. 16.

S'incominci dal prolungare i lati $A D$, $A B$ sino a c ed e , sui quali punti s'innalzino le perpendicolari $c f$, $e h$, alte quanto il parallelepipedo suddetto è elevato da terra, e si segnino le linee $f z$, $h x$.

Avendo quindi dagli angoli $B A D$ segnati i raggi $B b$, $A a$, $D d$ inclinati al punto di distanza Y , s'innalzino sui punti $b a d$ gli angoli verticali del solido. Le linee $c f$, $e h$ poi s'innalzino sino al luogo che si vuole alto geometricamente lo stesso solido, $i l$, e con i e col suo punto accidentale z si ottiene un lato superiore, e con l ed x l'altro.

L'equal operazione si fa per avere il secondo gradino. Si prolunghino $E C$ ed $F C$ sino ad m ed n , e s'innalzino $n o$, $m q$ eguali a $c f$ ed $e h$, che è l'altezza appunto del piano del gradino sulla terra. Su queste linee $n o$, $m q$ si segnino gli intervalli $o p$, $q r$, eguali alla grossezza del gradino stesso. Quindi si segnino le linee $o z$, $p z$, e le altre $q x$, $r x$ che disegnano la grossezza anteriore del grado. Avendo poscia segnati i raggi $E Y$, $C Y$, $F Y$, sui punti $s t v$ s'innalzino i tre angoli verticali dello stesso, ed ottenuti in questa guisa gli angoli $g v$, appoggiati a questi ed al rispettivo punto di concorso si segnino le linee che formano la porzione posteriore del gradino.

Per segnare poi il primo gradino siccome non si fa che replicare quello che di già dissi, mi sembra inutile la spiegazione.

8. Segnare una scala a due ripiani, Tav. 17.

Trovati i due punti di concorso X , e l'altro che va fuori della tavola, che io chiamerò Z , si prolunghi l'ultimo grado $A B$ sino ad a ed innalzata la verticale $a b$, si segni lo spazio 56 del gradino all'altezza che geometricamente si trova sul piano orizzontale. Si segnino le due linee concorrenti in X che indicano la di lui grossezza, ed avendo condotti i raggi $A Y$, $B Y$, s'innalzino sui punti $b e$ i due angoli verticali dello stesso. Appoggiato quindi ai punti $e f$, si segnino le linee $g e$, $h f$, tendenti al loro punto accidentale Z

ed avendo segnato il raggio Cd s'innalzi dg verticalmente sopra il punto d , indi si appoggi a g la gh tendente ad X .

Prolungato il quinto gradino DE in i , s'innalzi sopra di questo lo spazio 45. al suo luogo, indi le due linee tendenti ad X che indicano la di lui grossezza o altezza che dire si voglia, e quindi i di lui angoli verticali perpendicolarmente sopra lm . E lo stesso s'intenda anche per tutti gli altri.

Per quelli del primo ripiano poi onde evitare di prolungare le linee ML , FI , che vanno ad intersecare da lontano la linea fondamentale, si prolunghi la MG sino a d , e la LH sino ad m , e giacché su queste due linee si trovano tutti e tre i primi gradini, così innalzate le perpendicolari $d3$, $m3$, si segnano su le stesse le tre altezze geometriche dei detti gradini, dai quali condotte le linee al punto X ed innalzati i loro angoli verticali, come abbiamo veduto, avransi gli angoli di tutti e tre i gradini surriferiti, dai quali angoli condotte le linee concorrenti all'altro punto Z si otterrà l'intera elevazione prospettica della scala.

9. Innalzare una scala a chiocciola, Tav. 18.

Siccome in questa scala le linee de' gradi vanno continuamente cambiando direzione, così riesce inutile il ritrovarne il punto accidentale di ciascuno. Ma vedendo altresì che tutti tendono ad un centro in pianta, la via più breve onde ritrovarne la loro prospettiva, è quella di segnare prima di tutto in alzata quella linea che a questo centro corrisponde, per indi trovare su la stessa que' punti cui tende ciascuno de' gradi.

Per far ciò sia A il punto d'unione de' gradini in pianta. Segno il raggio AY , e sulla intersecazione B colla fondamentale QL innalzo indefinitamente la linea Bb . Segno dal punto Y la linea YV parallela ad uno de' gradi EC , ed avendo innalzato verticalmente V in Z , questo sarà, come più volte vedemmo, il punto accidentale della linea EC . Prolungo EC sino a D , e siccome questo è il primo grado, innalzo la Dd all'altezza geometrica di questo, e prolungo le linee de , ef tendenti a Z , le quali mi determinano in un punto e l'altezza prospettica del primo grado e l'intervallo fe cui tende lo stesso grado su la linea centrale Bb . In seguito replicando su questa tante volte l'intervallo fe quanti sono i gradi che com-

pongono la scala, a ciascuno di questi concorrerà il gradino corrispondente. Credo sia inutile l'avvertire che per avere gli angoli verticali del grado enunciato bisogna segnare i raggi EF , CG tendenti ad Y e quindi elevarli verticalmente sui punti FG .

Non sarà però inutile l'avvertire che invece di replicare l'intervallo fe su la linea fb , come vedemmo, sia per essere più lodevole la pratica d'innalzare la linea Dd all'altezza dell'intera scala, e trasportare l'ultimo punto su la linea fb che sarebbe b , e quindi dividere la stessa in tante parti quanti sono i gradi della scala suddetta, e ciò perché nel replicar tante volte un piccolo intervallo onde averne un maggiore, una differenza invisibile che si può trovare facilmente nel primo, può apportar una diversità sensibile nel totale.

Per avere il secondo gradino, prolungo lo stesso sino ad H , ed innalzo la linea Hhh sulla quale pongo l'intervallo hh che è l'altezza geometrica dello stesso nel luogo appunto ove si trova sul piano della terra. Per hh segno le linee he , hg , ed avendo innalzato come sopra gli angoli verticali, avrò la prospettiva del secondo gradino. Lo stesso dicasi del terzo.

Pel quarto e per gli altri poi, se si vuole evitare di trovare il punto d'unione colla fondamentale, che per essere molto divergenti va lontanissimo e riesce d'imbarazzo il servirsene, si può seguire questo metodo.

Avendo noi, come di già vedemmo, in Z il concorso di EC si prolunghi dal punto I del quarto gradino la linea IL parallela alla EC ed innalzisi Lll mettendo su la stessa l'intervallo ll all'altezza in cui il grado stesso si trova sul piano geometrico, come più volte notammo. Dai punti ll segno le linee lm , lm tendenti a Z , le quali intersecando l'angolo verticale mm del grado innalzato dal punto I , mi danno in mm l'altezza prospettica dello stesso angolo, per cui segnando le linee mn , mo , e l'altro angolo verticale mi daranno l'intera prospettiva come nei primi. Replicando poscia l'istessa operazione anche cogli altri gradi, avrassi l'intera prospettiva della scala come bramavasi.

Scorgerassi che per gli ultimi gradini, i quali divergono in senso opposto ai primi, per cui prolungandoli vanno ad intersecare la

fondamentale dalla parte opposta, si potrebbe ottenere la loro posizione prospettica come nei primi, prolungando a dirittura la linea che li forma in pianta. Vale a dire, prolungo l'ottavo gradino sino a Q , su cui innalzo la linea Qqq ; e ponendo l'intervallo qq a suo luogo, si prolunghino con questi agli altri punti rr le linee rs, rs , ed otterassi come prima la prospettiva del gradino enunciato.

10. Trovare la prospettiva di un solido rettangolare unito a due semicilindri, Fig. 1. Tav. 19.

Segnata la prospettiva del parallelepipedo si segni con linea occulta l'intera periferia del semicilindro $ADBC$. Condotti quindi i raggi YB, YA tangenti alla periferia suddetta, si segni la corda AB e si trasporti in prospettiva elevando le perpendicolari dm, nf , ed avendo condotte le linee Aa, Bb parallele ad un lato del rettangolo, segnando le altre ad, bf concorrenti in X punto di concorso di quella linea del rettangolo alla quale sono parallele le Aa, Bb , queste ad, bf segando le perpendicolari md, nf , in df , daranno in questi due punti gli estremi del diametro maggiore df dell'ellisse.

Avendo di poi segnata la linea gh nel mezzo e perpendicolare a df , e prolungata sino alla fondamentale in o , ed avendo pure trasportato e in E , nel modo che vedemmo nella Fig. 3. della Tav. 11. si segni l'altra corda DC , e dal punto C avendo segnato Cc parallela alla Aa , si prolunghi cg tendente ad X , questa segando il diametro minore indeterminato in g , mi darà in esso un di lui punto estremo. Trasportando poi l'intervallo ge in eh si avrà tutto l'intero diametro.

Avendo coi due assi segnata quella porzione di periferia ellittica che abbisogna, si segni il raggio Dz , e sopra z la linea xq , come pure sopra m la dr .

Tirisi la linea ux all'altezza del solido e su questa s'innalzino i punti ab in uv . Si segnino le due linee ur, vq tendenti ad X , e dove la prima s'unisce alla dr , sarà ivi il punto estremo dell'asse maggiore dell'ellisse che forma la faccia superiore, e su vq innalzando verticalmente f determinerà in q l'altra estremità.

Nella maniera di già spiegata poi, si trova l'asse minore, avvertendo che questo cambiando direzione nella sua situazione diver-

sa, perchè resta sempre perpendicolare all'asse maggiore che quivi è meno inclinato, non potrà più corrispondere alla corda DC , e perciò bisognerà rinvenirla di nuovo. Ma il centro essendo sempre verticalmente sovrapposto ad e , corrisponderà costantemente ad E , perciò non si farà che prolungare l'asse minore indeterminato sino alla fondamentale, e nel luogo d'unione di queste due linee prolungare una linea che passi per E , la quale determinerà la lunghezza obbiettiva del diametro minore nelle intersezioni sue colla periferia, come si è già veduto.

11. Porre in prospettiva varj cilindri, Fig. 2. Tav. 19.

Fra tutti i ripieghi che io m'immaginai, onde evitare il difetto che notammo succedere nella elevazione prospettica de' corpi circolari, quello che sono per ispiegare mi sembrò certamente il migliore. Avvertirà però il prospettico che io chiamo questo un ripiego, e che per conseguenza non è una regola inalterabile, poichè a seconda de' casi pratici potrà essere modificata diversamente, o posta a qualche altra che gli potrà essere suggerita dal genio del prospettico, o più adattata al caso pratico che si ha sott'occhio.

Per trovare adunque in questo caso la prospettiva dei cilindri ABC , si deve incominciare dal porre in prospettiva le linee dei quadri circoscritti alle loro periferie, indi supposto il punto di vista in Y , si segnino sul primo A i raggi de , gf , e siccome questo si trova precisamente nel mezzo e perpendicolare al punto di vista, elevando dai punti ef le verticali corrispondenti, questi formeranno i lati del cilindro.

Negli altri invece per evitare l'allargamento che succede negli stessi, quando devono discostarsi di fianco dal punto visuale, bisogna trasportare costantemente la periferia nel mezzo, e condotti come nel primo i raggi tangenti tanto in questo che nel corrispondente di fianco, l'intervallo che succede nella sezione dei primi colla fondamentale, si porta nel mezzo degli altri sui quali si eleverà il cilindro.

A maggiore intelligenza, per trovare la prospettiva di C , si segni la linea CD orizzontale, e quindi il circolo D perpendicolarmente sotto al punto di vista. Si segnino poscia i raggi hl , im , come pure gli altri on , pq , e preso l'intervallo lm , si trasporti

nel mezzo di ng , il quale corrisponderà ad rs , sui quali punti rs s'innalzeranno i lati del cilindro. E così dicasi dell'altro B.

Si segnino in oltre le basi dei solidi, ritenendo tanto le linee verticali dei cilindri quanto quelle che formano il quadrato che le circonda, come tante tangenti all'ellisse che ne dee formare la corrispondente periferia. Al qual fine è necessario trasportare nell'alzata prospettica anche i punti vv , uu , quali sono i punti di tangenza veri che restano visibili al riguardante e che corrispondono ai prospettici xx , yy , i quali non devono essere per quanto è possibile alterati. In questa maniera sarà levata in parte anche la inclinazione che succede nelle suddette basi a misura che il diametro maggiore delle stesse va inclinandosi colla parete.

L'utilità di questo ripiego si rende molto più sensibile nella prospettiva di quegli edifizj che contengono molte colonne, poichè in questa maniera non essendo alterata l'apparente proporzione degli oggetti circolari, se i cilindri enunciati fossero conformati in fusti di colonne, queste otterrebbero dalla prima all'ultima quella proporzione che l'ordine richiede, e non farebbero defformità alcuna, il che ben di sovente succede, a chi non sa modificare con giudizio in questi casi le regole. Sarà facile lo scorgere che se questi fusti fossero sovrapposti alla loro base, i tori e gli altri corpi circolari di cui queste è formata andranno soggetti alla diminuzione degli altri, ma i plinti o altri membri quadrati non vogliono essere soggetti a variazione alcuna senza defformità, come si può notare nella maniera che dissi trovarsi la prospettiva modificata degli altri circoli.

Questa modificazione di regole potrebbe essere applicata in qualche parte, anche ai prismi ottagonali deragonali e simili, e più questa sarà utile, quanto più il solido sarà vicino alla forma del cilindro.

• Avendo noi veduto che il difetto dell'alterazione del diametro dei circoli prospettici, si rende molto più forte a misura che i raggi tangenti segano la superficie, facendo angoli molto distanti dal retto, scorderassi altresì dal pratico, che quanto più il punto sarà nel mezzo e distante dai circoli suddetti, meno sarà sensibile la defformità che notammo succedere, ed il ripiego sopradetto andrà

sempre meno impiccolendo i circoli obbiettivi, ciò che farà ottenere una elevazione sempre più proporzionata in prospettiva. Sembra da ciò manifesto che la disposizione della parete la più propria ad ottenere nel miglior modo possibile la delineazione degli oggetti, debba essere quella che notammo nella Fig. 4. della Tav. 15. ritenendo però la distanza del punto visuale tre volte maggiore della larghezza della parete.

E non si sdegnino con me i teorici se concedo ai pratici una simile licenza, poichè se considerasi che l'uso delle prospettive è d'ingannare l'occhio dilettevolmente in tutte le situazioni che si possa collocare colui che le osserva, e che la teorica non può concedergli che un punto solo, comprenderanno, che volendo stare strettamente attaccato alle regole, bisognerebbe situare le prospettive in modo da non essere vedute che da un sol luogo, ed abbandonare intieramente queste in que' quadri (che oso dire tutti sono di questo genere) il di cui uso è di adornare stanze, gallerie teatri e simili. In tutti i casi la più fina teorica deve essere d'accordo colla pratica, e se qualche volta la seconda non ci dà il risultamento che la prima ci additò, non si sdegni questa, allorché secondando i bisogni dell'arte se ne allontana un poco, perchè altrimenti essa non potrà portare all'uomo quel utile a cui sono rivolti i suoi sforzi, avvegnachè quand'anche i bisogni dell'uomo nascano talvolta più dal capriccio che da altro, nondimeno le scienze e le arti tutte devono servire sempre lo stesso, e qualunque siasi la meta che alle medesime vien prescritta, non devesi mai dimenticare che all'uomo ed a di lui bisogni esse sono subordinate.

12. Trovare la prospettiva di una base di colonna, Tav. 20.

Trasportato il plinto in prospettiva si trova quella del toro nel seguente modo. S'innalzi prospetticamente il listello che le è posto sopra, la linea df che l'unisce al plinto e l'altra bt che è il maggior diametro del toro stesso; come pure l'altra mn , e di più se ne volessero per determinare con più di precisione la curva cercata. Ritrovate quindi le circonferenze ellittiche che corrispondono alle suddette linee, si segni una curva tangente a queste sezioni o ellissi, nello stesso modo che vedemmo nel toro geometrico,

Tav. 3. Fig. 9., e questa sarà la prospettiva cercata del toro di cui si parla.

Scorgerassi che la diversità che vi è tra queste due figure, non consiste in altro che nella maniera con cui si fecero le sezioni; così nella prima essendo queste prodotte da un sistema di raggi parallelo, la figura che ne risulta riesce geometrica, e quivi il sistema de' raggi tendendo continuamente ad un punto, ne nasce il toro prospettico, come vedemmo.

Con questo metodo si trova la forma prospettica anche di qualunque altra parte di cui potesse essere composta la base, come scozie tondini e simili, come pure la forma dei capitelli e di qualunque altro membro di simil genere.

Se le colonne avessero bisogno del ripiego enunciato nella tavola antecedente, allora bisogna trovare la periferia delle sezioni sempre per mezzo del quadrato circoscritto al circolo obbiettivo, come nella stessa tavola vedemmo.

13. Segnare un dato frontispizio in prospettiva, Tav. 21.

Sia il frontispizio dato A, la pianta rispettiva B, la fondamentale mn , l'orizzontale PO , ed il punto di distanza verticale Y. Si trovino i punti di concorso tanto della cornice orizzontale come dei lati inclinati del frontispizio, nella maniera che vedemmo nei §§. 8. e 9. della teoria ed avendo prolungate le linee della pianta sino alla fondamentale, s'innalzino le sezioni verticalmente, queste incontrando le corrispondenti linee prolungate orizzontalmente tanto dalla cornice orizzontale come dall'unione del frontispizio, daranno i profili CD , dei quali il profilo C mi dà la prospettiva della cornice orizzontale. L'altro D poi prolungandosi le linee DE occulte al punto accidentale della cornice orizzontale ed innalzandosi dai raggi corrispondenti GF le sezioni F verticalmente, le quali vadano ad incontrarle, ci daranno la prospettiva dell'unione media dei suddetti due lati del frontispizio in E.

Appoggiati quindi al profilo E ed ai rispettivi punti di concorso si avrà anche la prospettiva dei lati stessi, come dalla figura stessa è facile il comprendere.

14. Metodo per trovare la prospettiva di un volto a crociera, Tav. 22.

Sia l'artefatto che contiene il volto enunciato M , e la corrispondente pianta N . Il punto di distanza sarà Y e la linea orizzontale VZ .

Trovati i punti di concorso dei lati dei piedritti, sarà trovata la prospettiva degli archi nel modo che vedemmo parlando delle linee curve. Supposte quindi le linee che indicano la forma del volto suddetto in pianta ai, uy , ed in alzata l'altra $ABCDE$, prendasi l'intervallo ai e facendo centro su di un lato dell'arco A , si faccia l'intersecazione I sull'altro e si segni AI . Dividasi la curva della crociera in tante parti a piacere $ABCDE$, e s'abbassino i punti BCD sulla linea AI in FGH . Si trasportino questi punti nella pianta fgh , e segnate le linee ax, fb, gc, hd, ie parallele ad uno dei lati dei piedritti, ed innalzate le verticali xl, bm , ec. si trasportino i punti dell'alzata $ABCDE$ su queste, ciascuno sulla linea corrispondente, come più volte si è veduto negli altri casi.

Condotte poscia le linee lq, mr, ns, ot, pv , tendenti al punto accidentale di quel lato del piedritto cui sono parallele, s'innalzano dai raggi ax, fx, gx, hx, iz , i punti d'intersecazione colla fondamentale ciascuno sulla linea che gli corrisponde, ed avrassi nei punti $qrstv$ la curva prospettica di quella che dinota la linea ai della pianta.

I punti di questa linea si trasportano su l'altra uy , e replicando la stessa operazione, avrassi l'altra curva che forma la crociera intiera.

Tralascio dopo questi di dare ulteriori esempj, onde regolarsi nei casi prospettici, perchè sembranmi bastevoli per conoscere la maniera di agire in essi col metodo di prospettiva qui esposto; atteso che non si farebbe che replicare continuamente la stessa cosa, essendo lo stesso principio comune a tutti quegli accidenti che nella prospettiva possono occorrere. Saprà dunque il giovane applicarlo a qualunque corpo o edificio che vorrà innalzare prospetticamente, ancorchè quivi non contemplato, se con fondamento si sarà internato nello spirito delle regole che in questo saggio sono contenute, ed in queste scorgerà il prospettico già istruito, una abbreviazione forse non comune agli altri trattati di questo genere. E ciò mi lu-

singa che possa corrispondere bastantemente allo scopo che mi prefissi, e che l'esecuzione pratica ne possa ritrarre non poco utile non solo nella speditezza ma anche nella precisione.

Ora che abbiamo veduto la maniera di mostrare per mezzo delle linee gli oggetti sulla superficie, non ci resta che conoscere il modo di rilevarli dalla stessa per mezzo delle ombre (a), senza il quale è impossibile dare ad essi quel movimento che presenta la natura stessa, essendo quest'arte la più atta a far conoscere a chicchessia la forma ed il rilievo di ciò che viene rappresentato.

(a) Il nome di *sciografia* che si dà in questo trattato alla facoltà d'ombreggiare gli oggetti, viene diversamente interpretato nei dizionarij che non sono d'arte, essendo conosciuto per lo *spaccato ossia rappresentazione interna di un edificio*. Nel dizionario delle belle arti di Milizia però, prende il significato di *pittura d'ombre ossia di chiaroscuro*, anzi asserisce lo stesso che Apollodoro essendo stato tra i pittori greci il primo a dar rilievo a' corpi per mezzo delle ombre, ne riportò il nome di sciografo.

Se questa voce fosse assolutamente italiana, non avrei esitato un momento a seguire i vocabolarj più classici che potei confrontare, nei quali tali voci sono giustificate da testi di lingua, o dall'uso comune del parlare, ma essendo questo vocabolo, come gli altri di simil genere, un composto di due voci greche, facile mi fu sciorre il dubbio e vedere da qual parte pendea la verità. Trovai adunque nel confrontarne l'etimologia, che la greca voce *scia* corrisponda all'italiana *ombra*, e l'altra è la desinenza comune di tutti i vocaboli che indicano l'arte di delineare, descrivere ec., corrispondendo appunto la greca parola a questi vocaboli. Avendo pertanto riconosciuto che *scia* non ha alcuna relazione colle voci di *spaccato*, *sezione* e simili, ritenni per erronee le interpretazioni accennate, e giusta quella registrata nel citato dizionario di Milizia.

S C I O G R A F I A.

O S S I A

ARTE D'OMBREGGIARE GLI OGGETTI.



Conoscere l'arte di situare bene le ombre, è una cosa della massima necessità per tutti quelli che imprendono a mostrare su di una superficie piana oggetti isolati e rilievi.

Dicesi ombrata quella parte di un corpo, quando essendo intercetti i raggi della luce, riesce più oscura in confronto dell'altra illuminata. Ma questo tratto di ombra e di luce non è di egual valore su tutta la superficie dell'oggetto. I raggi nell'illuminare un corpo producono una infinità di degradazioni di mezze tinte e riflessi, e formano come una infinità di contorni nella parte visibile dell'oggetto stesso; cosa la quale giudiziosamente imitata da un artista, serve a far spiccare su la superficie come fosse di rilievo la cosa da lui ideata, e di cui ha ad esprimere e dipingere e a far conoscere a chiunque la forma e il movimento. A ragione dunque molti valent' uomini ritengono per più difficile l'ombra che il

contorno, stantechè impossibile riesce ad un artista il situar la bene, se oltre la conoscenza della stessa, non intende perfettamente anche il contorno dell'oggetto.

Dettare regole geometriche onde regolarsi nell'esecuzione di tutte queste cose, non è punto possibile, nè sarebbe di grand'utile allo studio del chiaroscuro. L'effetto e le modificazioni, devono essere maturate in via di continue esperienze sulla natura, e di riflessione sulle infinite combinazioni e variazioni degli oggetti, appoggiate a quelle regole generali che dipendono dalla natura delle diverse parti che costituiscono la composizione.

Le regole adunque che io mi propongo di dimostrare in questo trattato non saranno relative che alle ombre portate, ed alla prima traccia d'ombra che segna il raggio sui corpi illuminati, per il che fare è d'uopo servirsi d'oggetti regolari ed architettonici, appoggiato alle quali regole potrà lo studente, se le avrà apprese con fondamento, applicarle anche ad oggetti irregolari, e deviare dal pedantismo delle stesse.

E questa cognizione, sarà di molta utilità a quelli che attendono allo studio dell'architettura, perchè essendo le regole appoggiate ad oggetti della propria arte, con più facilità potranno servire ed adattarsi all'uopo.

Questa parte sì interessante per le arti del disegno, dico il chiaroscuro, è generalmente non abbastanza conosciuta a proporzione della importanza, anzi taluni hanno l'impudenza d'asserire che essa è per le arti un oggetto secondario. Ma quali sono i caratteri che distinguono le opere di quelli che sono persuasi di una sì falsa massima? La freddezza il poco effetto ed anche la sterilità dall'invenzione. E qual è in fine lo scopo del disegno? se non di rappresentare sulla carta una cosa eseguita o da eseguirsi, e supposta di rilievo? e come s'imita una cosa rilevata se non col ricopiare tutti gli accidenti che accadono ai rilievi stessi, e che servono a mostrarci le eninenze i piani e la forma dei medesimi, di cui il chiaroscuro ne occupa la maggior parte? Questo ci indica lo sporto ed il rilievo di ciò che si disegna, e che sulla superficie è in linea piana, per esso ciò che è liscio ci sembra ondeggiare e prendere quella forma che più ci aggrada, e sino il rilievo stesso, se non è d'u-

na invenzione atta a ricevere un buon effetto di chiaroscuro, oppure se collocato in luogo ove essendovi un lume sparso l'ombra ne divenisse indecisa e confusa, diviene insipido e poco dilettevole a segno, che alle volte non se ne conosce bene la di lui forma. Se fin la cosa che ha movimento reale non si mostra con precisione e distintamente senza un lume situato in modo da produrre un buon effetto di chiaroscuro, come se ne scorgerà una, ove quest'arte sola è a ciò destinata?

Chi non è penetrato da questa verità non conoscerà giammai non solo la forza del disegno ma nemmeno il bello del rilievo, e per conseguenza non potrà mai produrre invenzioni di genio, né essere giammai artista perfetto.

Ma se in alcune arti del disegno per un falso raziocinio non è conosciuta l'arte del chiaroscuro, come lo sarà in architettura in cui è sì poco considerata, che quasi viene riputata inutile? Quando un disegno è delineato con diligenza, è per molti il colmo della perfezione; poche languide tinte che appena scorgonsi su la superficie della carta, ad essi bastano per dimostrarne il giuoco ed il rilievo. In questa guisa il disegno riesce d'una insipidezza sì noiosa, che quantunque sia il più bene ideato, non mostra mai il suo pregio, se non a quello che ne ha indovinato, per così dire il pensiero, dopo averne fatto un diligente esame ed averne bene considerata la pianta.

A togliere un tal disordine non bastano que' pochi trattati su questo genere, per lo più esposti con regole assai confuse e complicate, ma bisogna che i precettori ispirino alle persone cui loro insegnano la necessità di questa parte di disegno, per la qual cosa è necessario che gli stessi ne siano persuasi, e che il maneggio del chiaroscuro sia da loro conosciuto perfettamente.

L'ombra adunque è della maggiore importanza in tutte le arti, e senza la conoscenza della stessa, nessuno si lusinghi di potere produrre invenzioni eleganti e capaci di quell'effetto che il chiaroscuro solo può rendere manifesto. E tal cosa quanto sia necessaria all'artista di qualunque genere ei sia perché sia riputato di merito, ognuno lo ravvisa.

DEL CHIAROSCURO IN GENERALE.

Per chiaroscuro deve intendersi l'ombra che produce un corpo del medesimo colore nel discostarsi, o nella sua situazione rispetto al lume che lo rende visibile. Esso dunque può esser relativo a qualunque oggetto di qualunque materia o tinta esso sia, ed è ben diverso dal colorito.

La situazione del lume che deve rischiarare i corpi da dipingersi o disegnarsi, dipende dalla invenzione e combinazione delle parti con cui l'artista ideò la composizione: perciò a seconda di questa potrà essere più o meno alto da una parte o dall'altra, onde ottenere il maggior effetto possibile. Il che deve avvertirsi e prevedersi dal genio di chi inventa.

Ma non potendo chi vuol dettare regole appoggiarsi a principi indecisi e vaghi, gli converrà scegliere quella situazione che comunemente produce un effetto più gradevole e che è riconosciuta per la migliore, onde appoggiato ad una base stabile abbia ad intendere bene la di lei teoria, la quale appresa possa indi applicare, colla modificazione necessaria a quegli usi che all'artista sono più confacenti.

Ma prima è necessario conoscere bene la natura del lume di cui si vuole far uso, essendochè dalla grandezza e lontananza di questo rispetto all'oggetto illuminato, può prodursi variazione d'effetto e di regole.

Il lume di cui si fa uso in pittura, può essere più piccolo, uguale e maggiore dell'oggetto illuminato. Se è più piccolo produce sui corpi convessi più ombra che luce, ed i sbattimenti o ombre portate sono sempre più larghe dell'oggetto che le produce. Se il lume è eguale da sempre eguale tanto la luce che l'ombra ed i sbattimenti, supposto sempre però che gli oggetti che ricevono questi sbattimenti sieno in linea piana e perpendicolare ai raggi. E finalmente se il lume è maggiore, le ombre ed i sbattimenti sono minori della luce e dell'oggetto.

Se il lume è più grande dell'oggetto illuminato, ma posto ad una distanza infinita, come può esser il sole o la luna, allora la

luce illuminando tanto spazio sempre egualmente si ritengono i raggi come paralleli, la quale cosa è lo stesso che considerare il corpo luminoso sempre dell'egual dimensione dell'illuminato. Nel corso di questo trattato io prenderò la luce come prodotta dal sole, perchè oltre all'essere questo il metodo usato in quasi tutte le composizioni, producendo sempre un buon effetto, le regole riescono più facili per l'intelligenza di chiunque; ed essendo la teoria sempre la stessa, con poca modificazione si possono applicare a qualunque lume, ancorchè fosse di maggiore o minore dimensione degli oggetti illuminati ed in qualunque posizione.

Premesso questo bisogna precisare la di lui situazione. L'esperienza ci mostra che quando un oggetto posto verticalmente porta tant'ombra sul piano orizzontale quanta è la sua altezza, e quando un cilindro posto pure verticalmente viene ad essere ombreggiato $\frac{1}{4}$ della circonferenza a noi cospicua, allora la situazione del lume è la più propria e confacente per mostrare gradevolmente il rilievo.

Per ottenere ciò la direzione del raggio in pianta, ossia sul piano orizzontale, taglj per metà l'angolo retto prodotto dalla verticale unita coll'orizzontale, cioè sia inclinato nel mezzo con un angolo di 45. gradi. In alzata poi ossia sul piano verticale, sebbene alcuni erroneamente credono inclinato il raggio parimenti con un angolo di 45. gradi, esso però è molto meno. La ragione di questo si è, che quantunque sia indubitabile che l'inclinazione di una linea su di un angolo di 45. gradi taglj la verticale e l'orizzontale in due parti eguali, egli è altresì vero, che essendo la luce relativamente al piano orizzontale posta anch'essa nella direzione di 45. gradi, questa eguaglianza di sporto ed ombra, volendosi tenere in alzata l'eguale inclinazione nel raggio, verrebbe ad essere nella situazione diagonale del raggio stesso, per cui in facciata verrebbe ad essere molto maggiore; cosa che sarebbe contraria al nostro assunto e l'effetto dell'ombra non sarebbe gradevole.

E non credasi un tale raziocinio contrario al metodo che usasi comunemente nelle scuole, di servirsi di quella squadra conosciuta col nome di *quartabuono*, onde ritrovare le ombre portate dei goccolatoj delle tavole de' capitelli e simili, ma anzi viene a consolidarsi di più, ad avere un uso più esteso anche ne' corpi rotondi.

Ma non credasi che questa sia la direzione reale del raggio; essa è quella direzione che prende apparentemente a cagione dello scorcio che succede per non essere veduto in facciata, ma diagonalmente. In fatti per aver lo sporto A E. Fig. 1. Tav. 23., conduco il raggio A B in direzione di 45. gradi; ma essendo la direzione ab del raggio in pianta inclinata, ed anch'esso non veduto perpendicolarmente, ne viene che osservandolo parallelamente alla linea be , cioè di sfuggita, mi resta accorciato quello dell'alzata, e prende una direzione apparente a seconda della posizione di quello della pianta. E ciò è manifesto se si considera che per avere tant'ombra quanto è lo sporto colla situazione del raggio in pianta come db , quello dell'alzata bisognerebbe che prendesse la direzione DB. E se io lo volessi come parallelo alla bc , in alzata diverrebbe verticale e parallelo alla EB, quantunque in realtà il raggio sia inclinato.

Per trovare adunque quale sia la reale inclinazione del raggio nel nostro caso, basta trasportare lo sporto ab in cb , ed innalzare verticalmente il punto c in C. Allora la direzione reale del raggio sarà CB, essendochè lo sporto CE è eguale allo sporto diagonale ab , e l'altezza dell'ombra EB uguaglia lo sporto della tavola A E (a). Chiamerò dunque l'inclinazione CB raggio reale, e l'altra A B raggio apparente.

Appoggiato a questi principj, io ne ritrassi le regole che esporrò in questo trattato, e queste mi giova sperare che per la loro semplicità ed esattezza possano essere con poca pena intese da chiunque, e per la facilità della loro esecuzione adottate in confronto di molte altre.

Per eseguire con facilità e prestezza queste regole, bisogna munirsi di due squadre, una avente l'ipotenusa su la direzione apparente del raggio, vale a dire inclinata a 45. gradi, e l'altra che abbia l'ipotenusa colla direzione reale del raggio stesso, che viene ad essere inclinata coll'orizzonte in un angolo di 35. gradi e qualche minuto.

(a) L'inclinazione di questi due raggi paragonati tra essi, sia come quella della diagonale di un cubo con una delle sue facce.

Per fare esattamente quest'ultima, si costruisce il quartabuono, ossia il triangolo rettangolo isoscele ABC , Fig. 5. Tav. 23. e l'ipotenusa AC servirà di base alla squadra ABD . L'ipotenusa di questa AD sarà la direzione reale del raggio.

Ciò posto resta a sapersi che il raggio produce in seguito al maggiore grado d'ombra, che è comunemente quel luogo dove l'oggetto incomincia ad essere privo di luce, tante tinte degradate sino al punto dove ferisce l'oggetto perpendicolarmente, che è il luogo appunto ove l'oggetto resta più chiaro. A misura dunque che l'angolo del raggio coll'oggetto illuminato si discosterà dal retto, sarà più oscuro. Così il lato AA , Fig. 4., sarà il più chiaro degli altri AB , e questi dei BC . Il lato CD sarà perfettamente in ombra, perchè il raggio non può illuminarlo essendo parallelo allo stesso.

Comprenderassi da ciò, che la traccia dell'ombra che colla regola io troverò sui diversi oggetti illuminati, non comprese le ombre portate, non determinerà che il maggior grado d'ombra dell'oggetto stesso, per cui gradatamente si andrà scemando e sfumando sino a trovar il maggior lume. A far questo con giudizio ci vuol genio ed osservazione su gli oggetti di rilievo, poichè sono cose che non si possono ispirare perfettamente colle parole nell'animo di chi legge, e tutte le regole di questo mondo, dopo le nozioni succennate sarebbero inutili, e confonderebbero il disegnatore anzi che ammaestrarlo e rischiarlo.

Così dicasi ancora del limite di quelle ombre prodotte dall'interposizione di un corpo tra la luce ed un altro corpo, e che sbattimenti o ombre portate si chiamano, perchè ancorchè i raggi camminino tra loro paralleli, ciononostante non si deve considerare che questi possano portare un'ombra tagliente e molto decisa sul corpo che la riceve; ma anzi essendovi dopo l'ombra circoscritta da essi altre degradazioni di tinte, ne viene che l'ombra non taglia mai di slancio sul chiaro, ma sfumata e dolcemente indecisa. Il che contribuisce moltissimo alla bellezza e morbidezza del disegno.

La cagione per cui succede ciò, oltre a quella che essendo la porzione d'ombra portata più vicina alla fine sempre più esposta ai riflessi della luce che la circonda, è anche perchè ciascun punto del corpo luminoso A , Fig. 2. mandando i suoi raggi da tutte le parti,

oltre i raggi ab , cd , che producono l'ombra portata bd , ne manda degli altri ae , cf i quali rendono la porzione fb , de non chiara come quella che riceve tutti i raggi indistintamente, ma non oscura come quella che ne è affatto priva. Ecco dunque che da b ad f e da d ad e vi sarà un'altra specie di degradazione d'ombra, la quale distinguesi col nome di penombra, e che contribuisce sempre più a rendere indeterminato ed indeciso il fine dello sbattimento.

Inoltre è da riflettere, che i raggi nel battere su di un oggetto si frangono e riflettono, e contribuiscono non poco a rischiare la parte ombrosa dell'oggetto stesso, per cui viene anche in questa a ricevere una modificazione d'ombra più o men chiara, secondo che il raggio riverberato gli tocca più o meno forte. Il che chiamasi riflesso o riverbero.

Così supponendo la forza maggiore del raggio riverberato diretta al lato FF , Fig. 4., questo sarebbe il più chiaro, e gradatamente gli altri FE , ED sarebbero più oscuri, sino che trovasi la forza maggiore in CD . Ma questa direzione di riflesso varia moltissimo, secondo che l'oggetto che si vuole ombreggiare è contornato da altri oggetti, o posti in diverse direzioni.

Regola generale si è, che un raggio che batte su di un piano si riflette facendo un angolo col piano stesso eguale a quello con cui lo percuote che chiamasi d'incidenza. Così il raggio AB , Fig. 3. che batte contro il piano CD , s'innalza colla direzione BE facendo l'angolo di riflessione EBD eguale a quello d'incidenza ABC , e perciò se questo raggio BE andrà a battere su qualche corpo ombrato, esso verrà a rischiararsi più o meno, secondo che il riflesso lo toccherà più o meno perpendicolarmente, come abbiamo veduto parlando del raggio diretto.

Ben concepito questo egli è facile l'immaginarsi la diversa modificazione dell'ombra dei corpi. Ma questa ne viene in conseguenza, se si prende, come comunemente si usa, per la parte più ombrata quella porzione che prima viene ad esser priva di luce, perché tutti i punti che più si discosteranno da questa verranno ad essere i meno oscuri. E questa regola ben naturale produce, pochi casi eccettuati, sempre un buon effetto.

La cagione per la quale la prima porzione di un corpo che resta priva di luce viene ad essere più oscura delle altre, deve dedursi non solo dalla forza dei raggi riverberati che la toccano con minor veemenza. Ma la causa principale è l'esser questa vicina alla parte illuminata dello stesso, essendoché il confronto della luce vicina, fa parer più oscura questa di quello che potrebbe essere in realtà. Se da un luogo illuminato se ne osserva un altro in ombra, come sarebbe da una piazza il guardare in una stanza per mezzo del foro di una finestra, in essa non iscorgesi che una tinta oscura e quasi nera, e gli oggetti che nella stessa si veggono, restano confusi ed indecisi e quasi privi di luce. Si entri invece nella stanza e tutto questo nero svanisce, gli oggetti si veggono distintamente ed ombreggiati, benché non così vivamente come quelli posti direttamente sotto la luce, ma però con morbidezza e precisione, ci troveremo quasi nella luce, ove credevamo che non vi fossero che tenebre. Le leggi del confronto producono degli effetti molto sensibili nella intera composizione di un quadro, e questi devono essere noti ad un artista, se ama disporre gli oggetti della sua invenzione in modo che tanto nell'ombra che nel colorito stian tra loro in modo armonioso, e non presentino dei contrasti disagiati.

Gli oggetti che hanno soffitta orizzontale, si fanno per lo più riflessati di sotto in su; poichè l'aria sebbene anch'essa mandi dei riflessi, questi però non possono essere della forza di quelli che si producono dagli oggetti illuminati, e molto più se sono assai vicini all'oggetto riflessato. Nulladimeno non mancano esempj, dove alle volte l'aria manda dei riflessi forti, che vincendo gli altri rende riverberati gli oggetti sull'egual direzione del lume. E questo succede per lo più negli oggetti isolati e molto lontani dai corpi illuminati o circondati da oggetti di tinte cupe, o situati in modo non congruo a riflettere i raggi sull'oggetto ombrato. Il disegnatore deve tener a calcolo questi accidenti naturali e saperne usare secondo il bisogno, onde dare al suo disegno ragionevolmente il maggior rilievo possibile.

Dalle leggi del confronto che abbiamo veduto contribuire non poco alla variazione delle ombre ne viene, che se il piano su cui campeggia l'oggetto ombrato, riesca d'una tinta pressochè eguale al

riflesso dell'oggetto stesso, allora succede una eccezione alla regola sopraddetta relativamente alla situazione del riflesso, poichè in questo caso bisogna arteggiare onde farlo spiccare e far vedere distintamente il di lui rilievo, operando in maniera opposta alla prima. I punti più distanti dalla porzione che prima resta priva di luce che abbiamo veduto esser più forte, saranno più oscuri, così si otterrà un contrapposto necessario per l'oggetto che deve rilevare. Così suppongasì che il decagono Fig. 4. che campeggia sul campo X X, il quale essendo distante e circondato da oggetti diversi, debba necessariamente per l'armonia tra essi essere di una tinta abbassata in maniera, che uguagli il riflesso D E, allora bisogna caricare questo lato più dell'altro C D per ottenere l'intento. E ciò non è discostarsi dalla natura, ma è sapere approfittare degli esempj che la medesima somministra.

Se un oggetto poi campeggia su di una parete più oscura della di lui ombra, questa sembra divenire apparentemente più chiara di quello che è in realtà, e viceversa se campeggia su di un chiaro, prende una tinta più abbassata. Da queste leggi del confronto ne viene, che se l'oggetto dovesse campeggiare metà sul chiaro e metà sullo scuro, produrrebbe un contrapposto d'ombra che sembrerà metà più forte e metà più debole, ciò che farebbe un effetto non troppo gradevole. Ma questi sono casi che colla pratica si sanno scansare, da chi coll'osservanza degli accidenti naturali sa prevedere quelli che nella combinazione di diversi oggetti ponno succedere, disporli con giudizio ed arteggiare ragionevolmente senza discostarsi dall'effetto naturale. Il che tutto contribuisce a dar alla composizione quel gusto, che impossibile riesce a quelli cui non son noti gli effetti della luce.

Gli oggetti all'aria aperta, più si allontanano dall'occhio più restano appannati e confusi dalla densità della stessa. Da questo ne risulta che le parti ombrate sembrano più chiare delle vicine, e le illuminate più abbassate. Questa degradazione di tinte che chiamasi prospettiva aerea, dovrebbero bene imitare e studiare coll'osservanza degli oggetti naturali, perchè è l'anima del movimento del quadro ed è la meno soggetta a regole; essendochè se l'aria è più o meno carica di vapori appanna più o meno gli oggetti, e questi sembrano

- più o meno lontani. E siccome l'interposizione di un fiume tra l'occhio e l'oggetto, le nubi il sole i monti e mille altri accidenti, possono contribuire alla variazione della prospettiva aerea, così impossibile riesce il precisare tutti questi casi, se l'artista col genio e colla pratica non li sa concepire e conoscere.

Se al contrario poi gli oggetti distanti, invece di essere all'aria aperta sono chiusi da tutte le bande, egli è chiaro che verranno ad essere oscurati e confusi; ma è ben difficile che da un oggetto ad un altro posto in qualche distanza non vi sia qualche apertura intermedia che ne rischiari l'intervallo, ciò che farebbe che gli oggetti lontani verrebbero a prendere un'ombra molto più abbassata di quella che prenderebbero se fossero all'aria aperta, ma sempre più chiara di quella de' vicini; e così renderebbersi il disegno molto più gradevole, poichè le masse oscure, e molto più se sono grandi, lo rendono tetro e pesante; oltre che si otterrebbe un maggiore effetto, per la ragione che il nero ben lungi dal produrre distanza, sempre più s'avvicina al punto di vista.

Queste sono quelle nozioni che io credetti bene di premettere alle particolari regole che mi accingo a dimostrare, acciò le stesse sieno usate in modo che possano produrre quell'effetto che essendo sole non potrebbero manifestare. Deve dunque il disegnatore, dopo segnata la traccia delle ombre, terminarle con quelle mezze tinte lumi e riflessi convenienti, acciò sieno il più che sia possibile conformi all'effetto naturale, e mostrino con precisione il loro rilievo, senza che abbiasi a scorgere in esse quello stento che pur troppo è comune a chi troppo pedantesamente sta attaccato ai calcoli ed alle regole.

REGOLE PRELIMINARI.

Ho creduto di far meglio, dando alcune regole preliminari prima di venire alle altre, le quali mi lusingo, che saranno molto più brevi non che precise, perchè meglio si conoscerà dal giovane la fonte d'onde esse traggono l'origine, e perchè non gli sia difficile l'intenderle e persuadersi della loro precisione senza ulteriori spiegazioni.

1. Ombreggiare un semicilindro orizzontale, Fig. 6. Tav. 23.

Per ombreggiare con precisione un corpo bisognerebbe fare il profilo dello stesso, il quale profilo intendosi in questo caso la di lui elevazione presa perpendicolarmente alla direzione del raggio in pianta, e ciò per vedere la direzione di questo raggio senza alterazione o scorcio. Ma alle volte ciò si può evitare, quando torna lo stesso a servirsi della direzione apparente del raggio nell'alzata propria dell'oggetto, come sono per dimostrare.

È noto nella geometria, che segnando il semicilindro Y, Fig. 6. Tav. 23. sulla direzione del raggio fg , il profilo o sezione che ne risulta è una semilisse X avente per diametro maggiore la linea del raggio stesso che interseca le due linee estreme del semicilindro in fg , e per minore l'altezza dello stesso corpo. Ora la direzione reale del raggio, noi abbiain osservato, che veduto perpendicolarmente alla superficie su cui si vogliono mostrare gli oggetti, prende una direzione apparente di 45. gradi, così la figura X che è il prodotto di un semicilindro segnato su l'egual direzione fg di 45. gradi se d'essa è veduta come il raggio dell'alzata, deve necessariamente riprendere la forma del semicircolo da cui è dedotta.

Corrispondendo adunque il raggio EG del profilo all'altro AB dell'alzata, e la semicirconferenza ellittica X al semicircolo che forma il corpo del quale si vuol trovare l'ombra, il punto di tangenza nel profilo V dev'essere lo stesso dell'altro dell'alzata C. Dal che ne deriva che restano inutili ulteriori operazioni, se si prende per il principio dell'ombra il punto di tangenza del raggio apparente AB in C. Appoggiato dunque a questo punto si segni la linea CD, questa indicherà il principio dell'ombra su tutto il lungo del semicilindro.

Questa medesima ragione si trova nell'ombra portata EB, Fig. 1. perchè essendo lo sporto della tavola di facciata AB, quello del profilo sarà CE, e questo sarà eguale allo sporto diagonale ab della pianta. Ora conducendo tanto nel profilo che nella pianta i raggi rispettivi, tutti e due devono coincidere nello stesso luogo B, perchè essi non indicano che un raggio solo. Dunque anche quivi riesce inutile il profilo, servendosi del raggio apparente nell'alzata.

2. Ombreggiare il toro di una base rotonda, Fig. 7. Tav. 23.

Si come la direzione della superficie di questo corpo varia con-

- continuamente, conseguentemente anche l'ombra varia a ciascun punto la sua situazione. Quindi per trovarne l'andamento è d'uopo far molti profili o sezioni sui diversi punti dello stesso, i quali si ottengono in questo modo.

Fatta l'alzata e la pianta, conducansi i raggi ab , cd , ec. nella pianta, ed i punti d'intersecazione di questi colle due periferie del toro s'innalzino nell'alzata e si descrivano tante ellissi. I punti $A C E G$ sulla linea $Y X$ saranno determinati dagli $aceg$ innalzati verticalmente, e le linee BB , DD , FF , HH saranno pure determinate dai punti $bdfh$. Ma la sezione del raggio il che tocca in nessun luogo la periferia interna del toro, si trova prendendo l'intervallo xo della pianta, e trasportandolo da T ad R , ed abbassato poi quest'ultimo ad intersecare il toro in S , si trasporta il suddetto orizzontalmente in P , facendo quindi l'intervallo VO eguale al superiore PV , si avrà in OP il diametro minore dell'ellisse $OLPI$. I punti IL si trovano come gli antecedenti innalzando verticalmente i punti il .

In quest'operazione si scorgerà che le sezioni sono prese diagonalmente, cioè sulla direzione dei raggi in pianta ed innalzate verticalmente, per cui stante la ragione detta nella prima lezione, conducendosi i raggi apparenti nell'alzata tangenti alle curve sopradette in nnn ec. ed uniti questi punti con una linea, essa m indica il passaggio dell'ombra.

Se queste sezioni poi fossero innalzate perpendicolarmente ai raggi ed a parte, come vedemmo nella Fig. 6. per avere il profilo X , allora bisognerebbe servirsi di un raggio inclinato col suo angolo reale per trovare i punti di tangenza sulle sezioni provenienti. Ma questa regola è troppo lunga e noiosa, sebbene sia la più usitata in gran parte de' trattati di questo genere. Questa è sicuramente la cagione per cui di rado essi vengono adattati all'uopo, essendo che oltre all'essere imbarazzanti, le regole complicate non danno mai quella precisione che si richiede.

3. Trovare l'ombra su una sfera, Fig. 9. Tav. 25.

Servirà questa regola a sempre più mostrare, in qual maniera si fanno le sezioni ne' corpi circolari.

È noto a chi non è nuovo in geometria, che segnando una

sfera in qualunque luogo, le sezioni presentano costantemente circoli di maggiore o minore grandezza. Si sa parimenti che se queste sezioni veggonsi diagonalmente ed in iscorcio, i circoli divengono ellissi tali, che il loro diametro maggiore viene ad essere eguale all'intervallo di un diametro di ciascuna sezione, ossia alla distanza delle due sezioni che succedono su la periferia della pianta bb , cc , dd , ed il diametro minore è eguale a questa stessa distanza presa su di una linea orizzontale.

Per non confondere il lettore colle linee e colle lettere, darò solamente la maniera di trovare la sezione del raggio dd , perchè le altre si eseguiscano nella stessa maniera.

Innalzo i punti dd in DD e col mezzo e segno la linea GG . Si facciano i due intervalli GE eguali agli altri de , e GG sarà il diametro maggiore dell'ellisse, mentre DD ne è il minore. Con questi segno l'ellisse $DGDG$ col metodo già spiegato nella planigrafia.

Trovate in questa maniera tutte le altre sezioni, conduco i raggi apparenti tangenti a queste in LL ec., ed uniti questi punti con una linea, avrò la traccia dell'ombra cercata.

L'ombra della sfera si può trovare con maggior speditezza evitando le sezioni in questa guisa.

Sarà facile il concepire che i raggi che rendono ombrata la sfera essendo paralleli e tangenti alla stessa, questi punti di tangenza saranno situati su di un circolo massimo di essa, i di cui diametri saranno perpendicolari al raggio: ed essendo questo circolo veduto in iscorcio diverrà apparentemente un'ellisse, la di cui periferia si trova in questa guisa.

Fatta la pianta e l'alzata si segnino i raggi xx , xx nella pianta, i quali nei punti di tangenza ab , indicheranno il principio della detta ombra. Trasportinsi questi nella alzata nel luogo a loro corrispondente AB , e si avranno in questo modo due punti d'ombra anche in quella. Segno nell'alzata i raggi apparenti ZZ , ZZ , i quali essendo tangenti in EI , mi indicano il principio dell'ombra anche nell'alzata in EI . Abbasso questi nella pianta ei , ed ecco due altri punti d'ombra parimenti in questa.

Conduco il raggio reale YY , tangente in F e questo preso come profilo lo abbasso in f trasportando l'intervallo FH al posto

- allo stesso corrispondente fh , ed allora avrò in f un altro punto della traccia dell'ombra.

Tutti questi punti uniti $aefgb$, daranno la semicirconfenza ellittica che l'ombra segna nella porzione di sfera a noi nascosta. Trasporto questi punti dall'altra parte facendo td eguale a te , hc eguale ad hf , vi a vg , ed ecco in $adcib$ l'altra metà dell'ellisse che resterà situata su la porzione di sfera che nella pianta è a noi visibile.

Per abbreviar l'operazione, trasporto l'ellisse della pianta nell'alzata tenendo per diametro maggiore EI , ed il minore NO eguale al minore della pianta cf , per cui trovandone la periferia col metodo noto, avrò in IBO ec., la traccia dell'ombra che la luce produce nell'alzata.

Da queste regole primordiali che accennai e premisi alle altre io ne deduco quelle osservazioni, che sono la base su cui le altre sono fondate, onde ridurre le stesse alla più semplice pratica, che va mai sempre unita ad una maggiore precisione.

E primieramente abbiamo veduto che in tutti i punti che nella pianta sono paralleli al raggio, e che da questa sono elevati verticalmente nell'alzata, si trova l'ombra rispettiva col raggio apparente e senza soccorso di profilo. 2. Che questi stessi punti, se invece di essere elevati verticalmente fossero perpendicolari al raggio stesso ricevrebbero il lume del raggio reale. 3°. Che ne' corpi circolari, un cilindro che sia posto verticalmente, Fig. 10; oppure orizzontalmente come nella Fig. 11. viene ad essere ombreggiato $1/4$ della semicirconfenza a noi visibile tanto in pianta che in alzata. 4°. Che un cilindro perpendicolare alla direzione del raggio in pianta ed orizzontale in alzata, viene ad essere ombreggiato in quest'ultima circa dieci gradi più abbasso che i precedenti, ossia colla diversità che passa tra l'angolo reale del raggio e l'apparente, ed in pianta ritiene questa stessa differenza di più, Fig. 12. 5°. Un cilindro parallelo alla direzione del raggio in pianta ed orizzontale in alzata, sarà in questa ombreggiato per metà, e in pianta verrà ad essere tutto in lume, Fig. 13. 6°. Se io segassi la sfera, Fig. 8. sulla linea TV e prolungassi la sezione in un cilindro, esso mi si presenterebbe ad angolo retto colla direzione apparente del raggio in alzata ed orizzontale in pianta

come nella Fig. 14. e mi riuscirebbe ombreggiato in alzata circa dieci gradi di più di quello della Fig. 12., cioè in ragione inversa della differenza che v'è tra il raggio reale e l'apparente, ed in pianta circa dieci gradi di meno. 7.° Se poi è innalzato parallelamente al raggio apparente ed orizzontale in pianta, Fig. 15. che è lo stesso come se si prolungasse la sezione I E Fig. 8. della sfera in un cilindro, si scorge che in alzata non riceverebbe ombra da nessuna parte, ed in pianta sarebbe oscurato per metà. 8.° Finalmente se si prendesse il cilindro su di una sezione come I B O G ec., Fig. 8. allora diverrebbe parallelo al raggio tanto in pianta che in alzata, cosicchè tutte e due le figure mi verrebbero in ombra; Fig. 16.

Credo che queste digressioni non si riterranno inutili da quelli che vorranno comprendere appieno la ragione per la quale si opera, ed essere persuasi di ciò che fanno. Da cotesto raziocinio ne risultano molte abbreviazioni d'operazioni e di regole, per cui più comoda riesce l'esecuzione pratica.

A questo s'appoggia la teoria delle regole che sto per esporre, perciò io nello sviluppare le stesse non mi fermerò a dimostrarla, fuorchè in casi da me fin ad ora non contemplati, per non allungarne di troppo la spiegazione pratica, la quale dovrà riuscire in questa guisa più chiara e proficua allo studente.

REGOLE PRATICHE

PER

TROVARE L'OMBRA SU DIVERSI CORPI.



1. **T**rovare l'ombra portata d'una tavola orizzontale su di un piano verticale, Fig. 1. Tav. 23.

Avverto che quando non specifico il raggio intendo sempre l'apparente, cioè in direzione di 45. gradi.

Si conduca il raggio A B, oppure si faccia E B eguale ad A E, e dal punto B si segni la linea B X, fine dello sbattimento.

2. Omhreggiare il toro di una base quadrata, Fig. 6. Tav. 23.

Conduco il raggio A B tangente al toro in C, oppure prendo la metà tra H ed L che è C, e da C segno l'orizzontale C D, che sarà il principio dell'ombra cercata.

5. Trovar l'ombra nel toro di una base rotonda, Fig. 1. Tav. 24.

Si segnino i due raggi A B, C D per trovare i punti E F, e si trasporti il punto E orizzontalmente nel mezzo in Q. Il punto O è determinato dall'altro o della pianta che gli è sottoposto verticalmente; ed il punto N si troverà conducendo il raggio reale H I,

Il punto di tangenza Z si trasporterà nella pianta in n facendo l'intervallo nm , eguale a ZM , indi s'innalzerà verticalmente n su la linea ZM in N .

Da tutti questi punti si conduce la curva $ENQOF$, e si avrà la traccia dell'ombra cercata.

Perchè sappiasi in tutti i casi l'uso di questa regola, è bene avvertire che se il toro invece di essere circolare fosse in linea ellittica, allora i punti dell'ombra si trovano tutti nel modo enunciato trattone N , il quale si rinviene così: Supposto che la linea ellittica passi per L , prendasi l'intervallo lm e trasportisi da A ad S , si abbassi ST ed avendo come prima segnato il raggio reale HI , si prenda l'intervallo del punto di tangenza Z a T e si trasporti da m a v ed innalzando verticalmente v in V , questo sarà il punto cercato.

4. Del toro in linea concava, Fig. 2. Tav. 24.

Uguallissima è l'operazione che nella Fig. 1. trasportando i punti destri a sinistra e viceversa, come si vede notato colle stesse lettere.

5. Dello sguscio in linea retta, Fig. 3. Tav. 4.

Lo sguscio è un $\frac{1}{4}$ di cerchio, perciò conducendo il raggio AB viene ad essere tutto in ombra. Sarà però cosa lodevole il lasciarvi un sottilissimo filo di lume a basso, onde distaccarlo dai membri sottoposti.

6. Dello sguscio in linea convessa, Fig. 4. Tav. 24.

Primieramente si conduce dal punto c della pianta il raggio bc , e trasportato b nell'alzata in B si segni il raggio BC che determina un punto d'ombra in C . Questo si trasporta orizzontalmente nel mezzo per avere l'altro F .

In seguito si segna il raggio reale AD , e trasportando l'intervallo DE da z ad m questo s'innalza verticalmente su la linea DE in M , che sarà il punto più alto del passaggio dell'ombra.

Per aver poscia degli altri punti dall'altra parte, si conducano a piacere i raggi GH , IL , e si abbassino i punti GI sulla periferia corrispondente in gi , e condotti i raggi gh , il , si innalzino i punti d'intersecazione di questi colla periferia hl , e vadano verticalmente ad intersecare il raggio corrispondente in HL , che è lo stesso che fare l'intervallo GH eguale a gh , ed IL eguale ad il .

7. Dello sguscio in linea concava, Fig. 5. Tav. 24.

Si segui il raggio df ed il corrispondente nell'alzata DF , e facendo DF eguale a df , si otterrà un punto determinato d'ombra nell'alzata in F .

Poi si conduca il raggio AB , che segnerà nella sua tangenza collo sguscio un altro punto in C , da questo ad F si segni la picciola curva CF , prodotta dalla porzione di sguscio CD .

Segnato quindi il raggio reale DE e trasportato l'intervallo EM nella pianta da l ad m , s'innalzi l verticalmente su la linea ME in L . Trasportisi il punto F in G facendo l'intervallo della pianta gl eguale ad lf ed innalzando g verticalmente in G , e così si avranno i tre punti FLG .

Segno poi i raggi LI , NO , RS , YX , 12 ed i corrispondenti nella pianta bi , no , pq , to , e facendo la lunghezza de'raggi corrispondenti tra loro eguale cioè LI eguale ad li , NO ad no ec., avrò i punti d'ombra $I O S Z$ 2. Ma i punti $R Y$ sono in ombra, dunque non possono produrre sbattimento. Allora innalzo questi in $P T$, ed avendo condotti i raggi PQ , TV , UX , che corrispondono a quelli della pianta pq , to , ug , avrò facendo, come dissi, le lunghezze de'raggi corrispondenti eguali i punti $Q V X$, per cui l'intera direzione dell'ombra sarà $FLGI OVX$ 2. Gli altri punti 4 e 6 si trovano nella stessa maniera di questi.

8. Della scozia, Fig. 6. Tav. 24.

Condotta come nella Fig. 4. dal punto b il raggio ab , ed innalzato a in A , avrò mediante il raggio AB il punto d'ombra B il quale mi determina trasportandolo orizzontalmente nel mezzo l'altro G . Segnato il raggio reale CD e trasportato DF in ze , avrò innalzando l'altro e verticalmente il punto E dell'alzata. Gli altri poi si trovano in questa maniera.

Avendo tanto i raggi della pianta quanto quelli apparenti dell'alzata la medesima inclinazione, inoltre partendo tutti da un punto per giugnere ad uno stesso punto, devono necessariamente avere anche la stessa lunghezza. Il che abbiám già veduto. Questa riflessione mi presenta una facilità per trovare senza il soccorso delle sezioni anche i punti PQR che per battere su di una curva riescono indeterminati nella pianta.

Segno adunque le linee LM, NO, ed abbasso le rispettive circonferenze lm , no . Indi conduco il raggio SX in una situazione ad arbitrio, ma tale che intersechi le linee sopradette prolungate in VU, come pure l'ultima ZY in X.

In questa maniera preparata l'operazione io ho tre dati certi. 1.° Che la lunghezza del raggio che deve portar l'ombra su la linea LM sarà come SV, su la NO come SU, e su l'altra ZY come SX. 2.° Che i detti punti d'ombra portati sono situati in questo modo: quello della linea LM su la periferia lm , quello dell'altra NO su la periferia no , e quello di ZY su la periferia zy . 3.° Che i punti che producono l'ombra sono tutti situati su la linea AS corrispondente alla periferia zy .

Ciò premesso per trovare il punto P, prendo col compasso l'intervallo SV, e facendo nella pianta scorrere la squadra parallela al raggio, la fermo in quel luogo ove tenendo le due punte del compasso appoggiate alla squadra suddetta, queste vengono a toccare le due periferie corrispondenti in sp . Innalzo quest'ultimo su la rispettiva linea LM, e mi determinerà il passaggio dell'ombra nel punto P.

Eguale coll'intervallo SU si trova il punto q nella pianta, il quale innalzato verticalmente dà Q nell'alzata; e così coll'intervallo SX si ha r che segna nell'alzata l'altro R.

9. Ombreggiare un canale verticale, Fig. 1. Tav. 25.

Si conducano i raggi ab , cd , ef , hi . Il punto g come tangente alla curva indicherà il principio dell'ombra in G sull'alzata. Conducendosi poscia in questa i raggi corrispondenti a quelli della pianta si faccia AB eguale ad ab , CD a cd ec., e si avrà l'ombra portata dalla porzione AG, in GFDB.

10. Della nicchia coperta orizzontalmente, Fig. 2. Tav. 25.

Si agisce come nella precedente, colla diversità che i punti che mandano l'ombra sono nella pianta situati su la linea ag , d'onde si ricava, che dovendo gli intervalli de' raggi corrispondenti essere eguali, l'ombra GFMD B sarà un quadrante di cerchio. Se poi fosse aperta in cima con un semicerchio cce , CE, segnati i raggi op , td , hi , ed i corrispondenti nell'alzata, e facendo gli intervalli de' raggi corrispondenti tra loro eguali si avrà la curva dell'om-

- bra rispettiva $FINPD$, segnando poscia il raggio QR ed altri a piacere su la porzione QS di apertura che resta in ombra, si otterrà l'ombra PR che coprirà l'altra porzione PD , per cui la forma dell'ombra intiera sarà $FINPRD$.

11. Della nicchia coperta circolarmente, Fig. 3. Tav. 25.

Per trovare la traccia precisa che fa l'ombra in una nicchia arcuata, s'incominci dal segnare il raggio AA , ed il punto della di lui tangenza B sarà il principio dell'ombra, perchè questo è il luogo appunto dove i raggi incominciano a ferir la nicchia per di dentro.

Si segnino indi i raggi CD , EF , GH ec., ed i corrispondenti nella pianta, e tutti que' punti che trasportandoli nell'alzata col metodo già accennato, vengono ad essere sotto al principio del restringimento della nicchia, come PNL , saranno i precisi dell'ombra; ma quelli che vengono ad essere di sopra la circonferenza suddetta non possono più servire a determinare questi punti, perchè la curva va restringendosi, e per conseguenza essendo il perimetro su cui cade questo punto indeciso, bisognerà trovarlo con uno dei metodi che sono per esporre.

Reg. 1. Se il raggio CD avesse da segnar l'ombra su la periferia pbd , il suo limite sarebbe D , ma misurando il semidiametro ZZ sul quale va a cadere, si comprende che è molto minore dell'altro ed , ed arriva solamente sino a q quando dovrebbe essergli eguale. Perciò si prenda il punto q dove cade e si trasporti verticalmente sul raggio rispettivo in Q , indi paragonisi il semidiametro XX con eq , e trovando che arriva solamente sino ad r trasporto il punto r , come si è spiegato di sopra replicando la stessa operazione.

Credo che possa esser chiaro, che andando continuamente i punti dqr ad avvicinarsi tra loro nel ritirarsi che fanno, verranno gli ultimi ad unirsi in un punto solo, e questo è appunto quello che limita il passaggio dell'ombra esattamente, perchè viene a corrispondere precisamente tanto in pianta che in alzata su di una medesima periferia. Ciò che si disse di questo punto intendasi anche degli FH .

Reg. 2. Un metodo forse più facile e non meno esatto di questo è quello che sto per ispiegare. Segno per esempio il raggio EF

ed il corrispondente nella pianta ef , ed innalzo il punto f in T e segno parimenti la linea ze nella pianta perpendicolare al raggio, e che passa pel centro e : dal punto d'intersecazione di questa col raggio sopradetto, che quivi accidentalmente viene a corrispondere sul centro e , innalzo indefinitamente la linea RS . Prendo una lista di carta che abbia un filo in linea retta, e l'adatto alla linea RY , su questa segno i due punti RT e l'altro Y distante da T quanto f lo è da e .

Fatto questo innalzo la lista suddetta tenendo il punto Y sempre su la linea YR , e l'altro R su la RS e la fermo in quel luogo, ove il punto T viene a toccare il raggio EF , il punto di tale contatto è giusto quello che determina il passaggio dell'ombra nella nicchia in F .

Noi abbiamo veduto, che supponendo segata una sfera da un raggio che passa, presenta nella sezione un circolo, che veduto diagonalmente va a divenire un'ellisse. Lo stesso deve succedere in questo caso, perchè la curva di questa nicchia altro non è che un vuoto di quadrante di sfera. La linea ez che passa pel centro e che è perpendicolare ai raggi, divide per metà tutti questi, onde determina anche il mezzo dell'ellisse che ciascun raggio produce, RT per conseguenza sarà il seniasse minore e TY il maggiore della curva ellittica prodotta dalla sezione ef . Egualmente noi abbiamo veduto nel §. 25. della plan. che il punto F trovato come nel modo che dissi, è un passaggio di questa curva, F dunque sarà il punto dove il raggio EF intersecherà la periferia suddetta se fosse segnata. Dal che è visibile che deve essere necessariamente anche il punto d'ombra prodotto dall'interposizione dell'altro E colla luce.

Se nella nicchia vi sarà una cornice, e si volesse vedere quanto l'ombra ritrocede sul suo sporto, eccone il modo. Segnata che si abbia la traccia dell'ombra nella alzata, si trasporta l'intersecazione colla cornice 1 nella pianta in 1, indi si segna il raggio 12 ed il punto 2, si eleva nell'alzata che sarà il punto cercato.

Se la nicchia poi fosse aperta in cima come nella Fig. 4. allora fatto nella pianta il semicircolo $miea$ corrispondente all'apertura, si conducono nell'alzata i primi due raggi AB , OD , i quali intersecando la traccia già marcata in BD , indicano il principio del di

- lei troncamento. Segnandosi i raggi GH , EF , CP , ed i corrispondenti nella pianta, si trovano i punti d'ombra PFH come nella figura antecedente dissi parlando del raggio EF . Vale a dire per trovare l'ombra del raggio CP segno la diagonale yx , verticalmente sopra il punto i ove il raggio viene intersecato dalla linea suddetta, segno la linea ZT prolungata indefinitamente, il punto g lo trasporto in V , ed aggiungendo ig da V ad X prendo colla lista di carta già enunciata i punti ZVX ed innalzando Z sulla linea ZT ed X tenendola sempre su la XZ fermo la carta in quel luogo ove il punto V viene a sovrapporsi al raggio CP e quello sarà il luogo del punto cercato P . Lo stesso dicasi degli altri raggi EF , GH .

Siccome poi la porzione CO è coperta dall'altra MT per cui non può mandar ombra, così conduco i raggi MN , TL , e trovatene i punti NL nella maniera sopraddescritta, si segmino le curve LN , ND . Ma la porzione LI resta nascosta: dunque la figura dell'ombra intiera sarà $BHFIND$.

12. Della sfera, Fig. 1. Tav. 26.

Abbenchè io abbia dato nella teoria due regole per trovare l'ombra in questa sfera, pure siccome nella pratica io mi professi la speditezza, credo non sarà inutile che io accenni la maniera di ombreggiarla senza il soccorso nè della pianta nè delle sezioni.

Si trovano i due punti CC mediante la tangenza dei raggi AB , $A B$. Il punto superiore C si abbassa verticalmente in O , e l'inferiore si trasporta orizzontalmente in H . Il punto di tangenza E del raggio reale DF si trasporta in L facendo l'intervallo TI eguale ad EX , ed abbassando verticalmente I su la linea EX . L'altro P si trova facendo l'intervallo TP eguale a TI : finalmente si ha l'ultimo N , trasportando dalla parte opposta il punto L , cioè facendo VN eguale ad LV .

Essendo l'ombra che producesi nella sfera, come vedemmo, un'ellisse, si potrebbe trovare colla maniera spiegata nella planigrafia, §. 25, o 26, dopo aver trovato il diametro maggiore CC , ed il semiasse minore TP mediante l'intervallo EX .

13. Trovar l'ombra in un'elissoide, Fig. 2. Tav. 26.

Primieramente è d'uopo conoscere quella curva nell'alzata, che corrisponde alla periferia della pianta, quale si trova evitando il profilo in questa guisa.

Si abbassi la verticale Bb tangente all'alzata in B , e da B si tiri l'orizzontale BT . Avendo quindi dal punto di tangenza della verticale suddetta in pianta b , segnata la linea bl parallela all'asse maggiore, si trasporti l'intervallo bl in ZT . Per Z si tiri la ZA tendente al centro P , ed avendo trasportato il semiasse tp orizzontalmente in ap s'innalza a ad intersecar la ZA in A . Segnisi l'orizzontale AT , e su questa si trasporti verticalmente il vertice t in Y , per Y e P si tiri la linea YE , e facendo gl'intervalli YP , PE eguali, avrassi in YE un diametro dell'ellisse che si cerca, la tangente del quale sarà AT . Avendo di poi segnata la orizzontale VN che passa pel centro dell'elissoide, si trasportino verticalmente su questa i due punti estremi dell'asse minore vn in VN , ed avrassi in questi altri due punti estremi del diametro VN , il quale per esser parallelo alla tangente AT sarà conjugato al diametro YE . Coi punti $BYNUEV$ si descriva l'ellisse che si desidera. Se si volessero altri punti si ottengono coi due diametri conjugati YE , VN mediante il metodo espresso nella planigrafia §. 28.

Ciò fatto si conducano nella pianta i raggi gh , om tangenti all'ellisse, i quali punti di tangenza sono nella figura per accidente situati su gli estremi dell'asse minore vn . Questi si trasportino verticalmente nell'alzata in VN e daranno due punti d'ombra. Indi segnati anche in questa i raggi CD , FH , ove sono tangenti in IG avransi due altri punti d'ombra. Segnisi inoltre il diametro IG e dal punto N la XN parallela a CD e facciasi SX eguale ad SN . Tirisi pure dal punto V la VL all'altra parallela, e facciasi LQ eguale a QV , ed avransi i sei punti $INLG V X$ coi quali descritta la curva corrispondente, si avrà la traccia dell'ombra di tutto il solido.

14. Dell'ombra che porta una tavola quadrata su di una sfera, Fig. 3. Tav. 26.

In due maniere si può ciò ottenere. La prima si ricava dallo stesso modo con cui vedemmo trovarsi i punti indeterminati nella scozia, e la seconda si appoggia alla teoria delle sezioni, come si è veduto nella nicchia arcuata.

Reg. 1. Condotte le linee IP , NH in quel luogo ove a un di presso deve cadere l'ombra, e le periferie corrispondenti nella pianta ip , nh , si segni in luogo arbitrario il raggio QT che inter-

- sechi le linee suddette prolungate. Indi prendendo col compasso l'intervallo QR , e facendo nella pianta scorrere la squadra parallela al raggio, come già dicemmo, si fermi ove le punte del compasso appoggiate alla stessa, toccano e la linea ay e la periferia itp che sono i punti mt . Quest'ultimo poi trasportato verticalmente su la linea rispettiva IP , determina un passaggio d'ombra nel punto T . Questo si trasporta dall'altra parte X per aver in questo un altro punto d'ombra, poichè essendo X corrispondente ad x della pianta, quale è nella situazione orizzontale di t , si trova conseguentemente come questo lontano da ay , essendo gli intervalli mt , zx dell'eguale dimensione.

La stessa operazione poi serve per trovare gli altri punti $V V$, coi quali si segna la curva $V T X V$ indefinita; ed abbassando dall'angolo A il raggio AV avrassi in V il suo termine.

Siccome tutti que' raggi che partono dal lato ab , sono sempre in alzata nella situazione del raggio AV , così si ricava che la porzione d'ombra YV è una linea retta.

Reg. 2. Si vuol trovare l'ombra prodotta dal raggio MT . Si abbassi M in m e si segni il raggio ml , e segnata oo a questo perpendicolare, s'innalzi verticalmente sopra l la linea DC , e sopra e il punto E sulla orizzontale FD che passa pel centro della sfera. Portisi l'intervallo el in EF , e colla lista di carta presi i punti FED , s'innalzi D su DC tenendo F su FD , finchè il punto E viene a sovrapporsi al raggio MT in T . Questo si trasporta dall'altra parte, come vedemmo in X . E così dicasi di qualunque altro raggio del quale si voglia trovar l'ombra.

15. Dell'ombra che porta una sfera su di un piano verticale, Fig. 4. Tav. 26.

È certo che qualunque corpo che porta ombra su di un altro, si trova posto, come abbiamo veduto, tra la luce e l'oggetto ombra, e perciò riceve i raggi che anderebbero direttamente all'altro, se d'esso non vi fosse. I primi raggi adunque che arriveranno all'oggetto su cui cade lo sbattimento, saranno quelli appunto che toccheranno di sfuggita l'oggetto intermedio. Dal che ne viene che per trovare quest'ombra portata in un corpo, bisognerà prima trovare l'ombra nel corpo che la produce.

Così nella sfera, Fig. 4. segnata che sia l'ombra $A B C$ ec. $a b c$ ec. anche in quella parte che resta a noi nascosta tanto nell'alzata che nella pianta, e supposta la parete in $X X$, si segnino i raggi corrispondenti in tutte e due le figure.

Dal punto d'unione de' raggi della pianta colla parete s'innalzano delle linee verticali, come si è veduto nelle altre figure, per intersecar i raggi corrispondenti dell'alzata, oppure si fanno eguali in lunghezza i raggi dell'alzata e quelli della pianta, il che torna lo stesso.

Credo non faranno mestieri ulteriori spiegazioni; perchè essendo l'operazione sempre la stessa, ed altronde essendo contraddistinti tanto i punti dell'alzata quanto quelli della pianta, come quelli che segnano l'ombra colle stesse lettere, il lettore potrà rinvenire ogni cosa con poca pena osservando la figura.

16. Dell'ombra che una sfera produce su di un'altra sfera, Fig. 5. Tav. 24.

Fatta all'alzata la pianta corrispondente, si segni l'ombra che la sfera produce per se stessa tanto nell'alzata, che nella pianta della sfera che produce l'ombra. E segnati i raggi in tutte e due le figure, si tralascino quelli che o nella pianta o nell'alzata non toccassero la sfera che riceve lo sbattimento, perchè questi non possono produrre ombra.

Farà molto a proposito pei giovani il sapere in qual maniera si possono trovare con precisione i punti nella pianta, corrispondenti a quelli dell'alzata. Segnata l'ombra in quest'ultima, si vuol trovare per esempio nella pianta il punto che corrisponde ad E . Per E segno la corda LO , ed abbasso da E verticalmente la linea Ee , coll'intervallo LO e centro v faccio l'intersecazione e sulla linea Ee , e troverò in e il punto cercato. Similmente per trovare il punto corrispondente di G segno MT ed abbasso Gc , e coll'intervallo MT e centro v faccio l'intersecazione c che è il punto corrispondente di G .

Ciò posto, siccome tutti i punti d'ombra si possono trovare collo stesso metodo, io non ne proporrò che uno, avendo la regola a servire per tutti.

Segnisi per esempio il raggio ED ed il corrispondente nella pianta $e t$. Pel centro x segnisi op perpendicolare al raggio, que-

- sta dividerà in due parti eguali l'intervallo qr da r . Verticalmente sopra r si segni SB , e q si trasporti pure verticalmente in Q . Prendasi un punto V distante da Q come qr , e colla carta segnati i punti VQS , s'innalzi S su SB tenendo V su VS , come si è detto più volte, sin che Q viene a sovrapporsi al raggio ED in D .

Se vi fosse qualche raggio a cui questo punto non potesse sovrapporsi, allora proverà che d'esso non produce ombra alcuna. Così per la brevità dell'operazione si tralasciano di trovar que' punti prodotti dai raggi che intersecano la porzione di sfera opposta all'occhio, perchè essendo questi nascosti al riguardante riescono inutili.

17. Trovar l'ombra prodotta da una tavola su di un'ellissoide, Fig. 6. Tav. 26.

Per ottenere questo è necessario conoscere con precisione la posizione del solido, vale a dire è d'uopo ritrovarne il profilo.

Questo si ottiene facendo un rettangolo $duvt$, la di cui altezza sia eguale alla distanza che passa tra le due tangenti orizzontali dell'ellissoide Ad , It , e la larghezza sia come l'asse maggiore vm della pianta.

Ciò fatto segnate nel mezzo di questo rettangolo hi , ef , si abbassi il punto di tangenza O verticalmente nella pianta sull'asse maggiore in l e trasportisi lr da h a b nel profilo, per b e per g si prolunghi la linea bm , questa sarà un diametro del profilo che si cerca che avrà per tangenti le orizzontali du , tv .

Si abbassi pure la verticale Pp tangente all'alzata ed alla pianta in Pp . Per quest'ultimo segnata la linea pq parallela all'asse maggiore, si prenda l'intervallo pq , e si trasporti nel profilo orizzontalmente su la linea qr che parte dal punto di tangenza P dell'alzata. Per q e per g si prolunghi la linea nz , e sarà un altro diametro dell'ellisse che si cerca, il quale avrà per tangenti le verticali dt , uv . Con questo e coll'altro tm si ha poi mediante l'operazione premessa nella plan. §. 29. l'intera periferia dell'ellisse, che costituisce il profilo dell'alzata enunciata.

Ottenuto questo, sarà facile lo scorgere, che la linea nz sarà quella che corrisponde all'intera periferia della pianta, come si è spiegato nella stereografia AB , Fig. 1. Tav. 5. Con nz adunque e colla pianta sottoposta all'alzata, si descriva anche quivi l'el-

lisce che a questa pianta corrisponde, col metodo indicato nella stessa Fig. L'ellisse sarà $PMBEQB$.

Conducansi inoltre i raggi cd tangenti alla pianta in bb , e segnisi la linea bb . Innalzinsi i punti bb nel luogo rispettivo dell'alzata BB , e trasportisi quindi l'intervallo hi del profilo su la linea IH che passa pel centro. Ritengansi HI e BB come punti estremi di due diametri coniugati, e col metodo spiegato si descriva l'ellisse $BHBI$. La porzione di questa curva che resta su la parte dell'ellissoide a noi visibile é segnata con una linea continuata, e l'altra punteggiata.

Fatta questa preparazione, si conducano dalla tavola az i raggi avv , smm , oee ; ed i punti che restano su la periferia $vvmme$, si trasportino su l'ellisse corrispondente dell'alzata per avere i diametri della rispettiva sezione DE , MN , VQ , ed innalzando dai punti gyx le linee FC , XX , YO , nei punti d'intersecazione di queste coll'ellisse HBI si avranno i diametri coniugati di ciascuna sezione, cioè GF sarà il diametro coniugato di DE , XX di MN , ed YO di VQ . Con questi poi si segna col metodo già accennato nella Plan. §. 28. la periferia rispettiva.

Portati quindi i raggi della pianta nell'alzata, questi indicheranno il passaggio dello sbattimento della tavola $A d$, nella intersecazione che ciascun raggio fa coll'ellisse corrispondente. Vale a dire, incontrandosi il raggio OR con l'ellisse $GNFD$ che nasce dalla sezione del raggio corrispondente della pianta oee in R , darà in questo un punto d'ombra cercato. Il raggio ST me lo determinerà in T , e l'altro AV in V . Con questi punti si segni la curva VTR cercata. Si comprenderà dalla presente regola, che anche senza segnare per intero le sezioni o ellissi, si potrebbe agire mediante la lista di carta, come più volte si è veduto.

18. Dell'ombra che porta un cilindro su di un piano inclinato e quadro, Fig. 1. Tav. 27.

Presi in questa e nella figura che segue i raggi orizzontali nella pianta, al quale intento nell'alzata bisogna servirsi del raggio reale, perché prendendoli diagonalmente mi verrebbe troppo poca ombra in alzata, e le regole non avrebbero la necessaria chiarezza. Potrebbe però chi volesse servirsi del raggio diagonale in pianta, sen-

za far grande cambiamento nel metodo che sono per ispiegare, usare il raggio apparente in alzata, che tornerebbe lo stesso, e l'ombra verrebbe nella sua giusta posizione.

Prima di tutto in questa figura convien trovare la curva B E G I L prodotta dai piani del quadro nell'unirsi al cilindro, e ciò si fa nella seguente maniera.

Si conducano le linee *de*, *fg*, *hi* tendenti al centro, indi innalzati i punti *d f h* in D F H si prolunghi il lato A B che vada ad intersecare la linea del mezzo in C, e questo serva di punto di concorso per le linee D E, F G, H I. Poi innalzati i punti *e g i* dalla pianta che intersechino le linee suddette in E G I, questi cogli altri due B L indicheranno l'andamento della curva che cercavasi, la quale si trasporta anche dall'altra parte.

Fatto questo, si segnino nella pianta i raggi *lm*, *no*, *p q*, ed i punti *n p* si trasportino nell'alzata ad intersecare la curva già trovata in N P, ed anche sulla cima del cilindro per aver i raggi corrispondenti U O, X Q. Dai punti L N P si segnino le linee indeterminate L M, N O, P Q parallele alla T S, indi dai punti C U X R si segnino i raggi C M, U O, X Q, R S, che abbiano ad intersecare le linee suddette in M O Q S, con questi punti segnata la curva M O Q S, sarà l'ombra portata dal quadrante C U X R. La porzione L M prodotta da L C è una linea retta.

19. Dell'ombra che porta un cilindro su di un piano circolarmente inclinato, Fig. 2. Tav. 27.

Si segnino nell'alzata le prime linee A B, C D, ed abbassati nella pianta i punti B D in *b d* si segnino gli archi *b a*, *d c*, segnisi anche il raggio *e p*. Le intersezioni di questo cogli archi surriferiti in *a c* ed anche *p* se si vuole, s'innalzino sulle corrispondenti linee in O N P. In tal caso i punti Z O N P uniti con una linea indicano l'andamento dell'ombra come se il cilindro fosse innalzato indefinitamente, ma essendo questo molto più basso, si conduca da E il raggio E F ad intersecar questa curva in F che allora sarà limitata da Z ad F. Abbassato questo nella pianta sarà indicata la porzione retta *e f* d'ombra.

Per trovare poi l'ombra portata dal quadrante *e g i* tanto nella pianta che nell'alzata, s'incominci a condurre dal punto I il rag-

gio ID , e l'unione di questo colla linea BD indicherà un punto d'ombra in D , che abbassato nella pianta darà anche in questa un punto determinato in d .

Di poi condotti tanti raggi a piacere, dei quali perchè non nasca confusione colle linee non ne ho segnato che uno gl , attesa che gli altri si trovano nello stesso modo.

Condotto dunque nella pianta il raggio gl , s'innalzino, come abbiamo veduto nel raggio ep , le intersezioni hl cogli archi ab , cd , come pure il punto g , e ciascuno nel suo posto corrispondente; cioè g nell'unione del cilindro col piano in Y , b sulla linea AB in H , ed l su l'altra CD in L . Con questi punti si segni la curva YHL , indi dal punto superiore G si conduca il raggio GN ad intersecarla in N , che darà il punto d'ombra cercato N . Poi abbassato nella pianta n si troverà indicato l'andamento dell'ombra nella stessa in fn . Così nell'alzata, uniti i punti FND con una curva, l'intera figura che farà l'ombra portata dal cilindro sarà $ZFND$.

Credo sia facile il comprendere che la curva YNL nell'alzata, e la linea gl nella pianta, indicherebbero l'andamento dell'ombra della linea GY , se il cilindro fosse segato su la stessa ed alzato indefinitamente; ma siccome resta scoperto e perciò non può produrre ombra che il punto superiore G , il raggio GN avrà necessariamente da indicare dove questo andrà a battere nell'unirsi colla suddetta curva in N .

20. Dell'ombra che produce un volto semicircolare spaccato nel mezzo, Fig. 3. Tav. 27.

Facciasi il di lui profilo X , ed in questo condotti dai punti ace ad arbitrio i raggi ab , cd , ef , i punti fdb indicheranno la fine dell'ombra di ciascun raggio, e segnato il raggio xx tangente alla curva in g , si avrà in questo il principio dove il volto comincia a ricever il lume per di dentro.

Condotti poscia i punti $aceg$ orizzontalmente nello spaccato $ACEG$, e da questi segnati i raggi rispettivi AB , CD , EF , si conducano i punti fdb orizzontalmente ad intersecare quelli in FDB , il che è lo stesso che fare AB eguale ad ab , CD a cd ec., e si avrà la curva $GFDB$ cercata.

Per veder poi quanto l'ombra s'innalza su la fascia R , si prolunghi la linea Ff fino ad intersecare il profilo corrispondente in o , e da questo innalzando il raggio oh si trasporti il punto h nello spaccato, ed abbassandosi il raggio HO , l'intersezione della linea fF con questo in O sarà un punto di ombra. Alla stessa maniera se ne possono trovare degli altri, cui io per non confonderli colle linee tralascio; ma facendo la curva IO coll'andamento dell'altra $GFDB$, si possono tralasciare altre operazioni, tanto più perchè la prima è una assai picciola porzione di curva.

L'ombra portata della fascia R sul zoccolo si trova segnando il raggio lm nel profilo ed i corrispondenti LM , LM nello spaccato, e facendo questi due lunghi come l'altro. La porzione d'ombra MP sarà una linea verticale, perchè prodotta dallo sporto NL ; ma dal lato opposto sarà una picciola curva con andamento simile alla $GIDB$ perchè prodotta da quella porzione di fascia che resta in chiaro dalla parte del lato LI .

Così pure si trova quella che questa fascia produce sul volto stesso, segnando i raggi qd , sb nel profilo, e trasportandoli nello spaccato come si è detto.

21. Dell'ombra di un cilindro portata su di un toro, Fig. 1. Tav. 28.

Il punto A sarà il principio dell'ombra del cilindro, come pure di quella che porta sul toro, il quale punto si trova trasportando verticalmente il punto a della pianta. Si segni quindi la linea DE , il punto E s'abbassi nella pianta in e , e condotto da questo l'arco ed , s'inalzi l'intersecazione d col raggio ax su la corrispondente linea in G . Lo stesso dicasi di qualunque altro punto che si voglia trovare, avvertendo che questi punti d'ombra non potranno oltrepassare l'intersezione delle due ombre in C .

Se il cilindro fosse alto solamente sino ad O , per vedere dove questa curva AGC anderebbe a troncarsi, bisognerebbe agire come si è veduto nella tavola antecedente parlando della Fig. 2.

22. Dell'ombra portata o sbattimento di una mensola sul muro, Fig. 2. Tav. 28.

Essa è tanto chiara quest'operazione, in particolare per chi ha bene intese le antecedenti, che riengo fatica inutile il darne ora una spiegazione, potendola riscontrare con poca pena nella figura.

23. Dell'ombra che porta una corona con mutuli su di un fregio dorico, Fig. 3. Tav. 28.

Segnati i due raggi $A D$, $E H$, il punto d'intersezione B del primo indica il luogo dell'ombra della corona su la fascia dei triglifi, C fin dove si abbassa nelle cannellature, e D dove finisce sul fregio.

Così F indica l'ombra che i mutuli porterebbero se essa avesse a cadere sui triglifi, G l'abbassamento nelle cannellature degli stessi ed H dove cade sul fregio.

24. Dell'ombra di una corona corintia con mensole, Fig. 4. Tav. 28.

Anche qui credo sia inutile il ripetere nuove spiegazioni, avendone già più volte parlato. Questa con un poco di raziocinio si può rintracciare nella figura stessa, la quale ha come in tutte le altre, i punti corrispondenti contraddistinti colle stesse lettere majuscole e minuscole.

25. Ombreggiare una base, Fig. 1. Tav. 29.

La maniera d'ombreggiare i tori si è già veduta nella Fig. 1. della Tav. 24. Così il punto A nella scozia si trova come si è veduto nella Fig. 6. della stessa tavola, cioè segnando il raggio reale $B C$, l'intervallo $C D$ si trasporta in $a d$ quindi si innalza il punto a in A .

Gli altri poi si trovano nella maniera che sono per esporre, perciocchè il metodo spiegato nella Fig. suddetta non può servire, essendo chi produce l'ombra in questa il toro superiore, i punti d'ombra del quale non sono in linea retta come nel listello dell'altra, e per conseguenza la lunghezza del raggio è indeterminata.

Vuolsi per esempio trovare l'ombra portata dal punto E ? Si segni l'orizzontale $G F$ che passi per E e la verticale $E e$, e coll'intervallo $G P$ e centro d nella pianta si faccia l'intersecazione e sulla verticale suddetta. Per e si segni il raggio $p q$ indefinito, e siccome quivi le periferie della scozia non son segnate, si prenda l'intervallo $N H$ minor diametro della stessa, e facendo centro in d si ha l'intersecazione i sul raggio enunciato, coll'intervallo $D M$ e centro pure in d si fa l'altra p , e coll'intervallo $N O$ l'altra q .

Questi tre punti $q i p$, si trasportan verticalmente nell'alzata,

ciascuno nel suo posto IPQ , e con questi si segni la curva IPQ sezione della scozia, nella quale abbassato il raggio EY , dove questo s'unisce coll'altra in Y sarà il punto cercato.

Acciò nulla manchi all'opera nostra, darò qui la maniera di trovare con esattezza qualunque sezione, anche nel caso che la curva fosse irregolare, come nelle scozie alle volte succede..

Sia per esempio la scozia ACB , Fig. 2. la di cui sezione porti questi punti primitivi in acb , come abbiamo nella Fig. antecedente veduto nei punti IPQ . Segno l'orizzontale Dd tangente al profilo in D , la quale sarà tangente alla sezione in d . Abbasso dai punti Aa le verticali AD , ad , e divido EC , ec in tante parti eguali a piacere dai punti $GTgt$. Per questi segno le linee verticali FL , fl ; HM , hm , ed i punti d'intersecazione di queste nel profilo colla curva in $FLHM$, li trasporto orizzontalmente ad intersecar la linea corrispondente nella sezione in $flhm$. Lo stesso dicasi dell'altra porzione di curva bd . Questi punti uniti con una linea danno la curva $afhc$ ec. corrispondente all'altra.

Con un altro metodo forse molto più facile non che più preciso di quello che accennai, si può trovare il punto Y , Fig. 1. S'abbassa come nel primo caso il punto E in e ed avendo segnato i due raggi EY , ey si segni il punto Y in quel luogo ove a un di presso si sa che deve passar l'ombra, ed avendo fatto EY , ey eguali, si segni la linea NH che passi per Y e si veda se l'intervallo NH è eguale all'altro della pianta dy : se non fosse eguale si accorciano o s'allungano i raggi suddetti fin che si son ridotti dell'eguale dimensione, ed allora Y sarà sicuramente il punto d'ombra cercato.

L'operazione poi necessaria per trovare il punto d'ombra, nel caso che cadesse sul toro inferiore, non differisce in nulla dall'accennata per cui sembrami inutile l'accennarla di nuovo.

Riguardo poi alle cannellature, segnato nella pianta il raggio rs , il punto s s'innalza verticalmente e determinerà l'ombra su la linea Ss , ed abbassando indi il raggio RS troncherà l'ombra in S . Condotta poscia un raggio in pianta tangente alla cannellatura stessa t , e questo innalzato nella facciata in T , si segni una curva da T ad S come si è veduto nella Fig. 1. Tav. 25. la quale in fine

non è che la stessa operazione. Così dicasi anche delle altre can- nellature.

L'ombra UX prodotta dal fusto della colonna sul suo imoscapo si trova in questa guisa: si segni nella pianta il raggio zx tangente al fusto in z . Il punto x s'innalzi al suo luogo X e darà il fine dell'ombra suddetta. Per trovarne dei punti intermedj si segni per esempio la linea VX , e coll'intervallo VX e centro in d si faccia l'intersecazione u sul raggio zx , e trasportando questa sulla linea VX dell'alzata, avrassi in U un punto di passaggio dell'ombra cercata: ciò vale per qualunque altro punto.

26. Ombreggiare un capitello dorico, Fig. 3. Tav. 29.

Si conducano i raggi AB , CD , EF , ab , cd , ef , ed i punti bdf si portino nell'alzata. Ma F cade sul listello, e per questo devesi nella pratica scancellare, dopo essersi servito dello stesso per segnare la curva BDF con più precisione.

L'ombra prodotta dal raggio AB è una linea retta, perchè questo equivale a tutti que'raggi che si potessero condurre sul lato ay .

La maniera d'ombreggiare l'uovolo si è veduta nella Fig. 1. Tav. 24. se si considera questo come un semitoro, coll'avvertenza, che questo non essendo perfettamente un quarto di cerchio, bisognerà innalzarlo sino al centro per trovare il punto O , onde avere più precisamente la direzione dell'ombra.

L'ombra portata dalla tavola su l'uovolo si trova come quella della sfera Fig. 3. Tav. 26. cioè conducendo il semidiametro HI , e con questo formando la circonferenza hi : prendendo quindi col compasso l'intervallo EQ , lunghezza del raggio nota, si faccia scorrere la squadra tenendo appoggiate le punte alla stessa sino che queste tocchino i due punti ml , e quest'ultimo innalzato mi dà L che si cerca. E così dicasi di qualsivoglia altro punto che occorra di trovare.

27. Dell'ombra che porta un piano verticale su di una scala, Fig. 6. Tav. 29.

Segnisi il primo raggio ab sino ad intersecar l'ultima linea in b , ed innalzati i due punti cb di intersecazione coi gradi, tanto su la prima che su l'ultima linea dell'alzata CB , si tiri CB : questa linea indicherebbe il passaggio dell'ombra sulla scala, se il

piano verticale fosse innalzato indefinitamente; ma conducendo dal punto E il raggio ED, la limita colla sua intersecazione in O.

Se questo piano fosse inclinato e senza l'interruzione dei gradini, la figura dell'ombra sarebbe il triangolo COE, per cui onde trovare l'ombra sullo sporto degli stessi, non si fa che innalzare nei luoghi d'intersezione della linea CO coi gradi le verticali CC, FF, e si avrà il taglio dell'ombra sul piano verticale dei gradini stessi. La porzione EG, siccome tutti i raggi che partono dalla linea *ae* della pianta corrispondono al raggio EG, perciò dessa sarà una linea retta.

Così nella pianta abbassato il punto D in *d* e segnata *ed*, se il piano fosse liscio l'ombra sarebbe *aoe*, ma essendovi i risalti de' gradi, i punti d'intersecazione *hig* indicano il luogo dell'ombra sul piano orizzontale de' gradi medesimi in *hh*, *ii*, *gg*.

La porzione d'ombra *ag* è per la ragione accennata superiormente per l'altra EG, una linea retta.

28. Dell'ombra portata da una voluta ionica sul fusto, Fig. 4. Tav. 29.

Si segnano, come si è detto in tutte le figure, i raggi corrispondenti in pianta ed in alzata, ed i punti *hfb d* trasportati al loro luogo indicheranno la curva BDFH prodotta dalla voluta su la colonna supposta liscia, come lo è nella figura. Se poi vi saranno le cannellature, allora questi raggi si prolungano sino entro le stesse, ed innalzati nel modo che vedemmo continuamente, indicheranno la curva che l'ombra forma in quelle.

L'ombra portata dal cuscino su la colonna si trova conducendo nella pianta e nel profilo, Fig. 5. le linee *zz*, ZZ le quali sieno egualmente distanti dal mezzo X. Dai punti *zz* della pianta s'innalzino le verticali ZZ nell'alzata e dai punti ZZ del profilo si avranno le orizzontali ZZ nella stessa facciata. Ottenuta in questa guisa il rettangolo o quadrato ZZZZ, vi s'inscrive un'ellisse un circolo od una spira secondo che la proporzione del capitello esige, o secondo la forma che l'artista ha ideato di dare allo stesso cuscino.

Condotto poscia il raggio UX tangente alla curva sopradde-
tta, il punto I di tangenza si abbassa nella pianta sulla linea *zz* in *v*, e segnato il raggio *vx* s'innalza il punto *x* per avere in X il pas-

saggio dello sbattimento cercato. Operando in questa guisa si potrebbero ottenere altri punti per aver più precisamente l'ombra portata dal cuscino.

I punti di tangenza poi di cui parliamo abbassati che siano nella pianta, danno in essa la traccia dell'ombra vuy del cuscino; e trasportati orizzontalmente nel profilo, danno pure in questo la curva dell'ombra corrispondente VUY , Fig. 5.

Se da queste due tracce di ombra poi abbasso dei raggi tanto nel profilo che nella pianta, come per esempio VX , UO ; vx , uo ; facendo gli intervalli VX , UO eguali ciascuno al suo corrispondente della pianta, avrò lo sbattimento HXO portato dal cuscino e dalla voluta sul fianco della colonna, avvertendo che per avere nel giro della voluta in pianta la situazione de' raggi corrispondente a quella del profilo, bisogna trasportarli prima da questo nella facciata indi abbassarli nella pianta; e ciò perchè essendo tanto in questa che nel profilo il giro della voluta una linea retta, senza di ciò non si potrebbero precisare.

Così per trovare nella pianta il raggio corrispondente all'altro GH del profilo, si trasporti G orizzontalmente nella facciata G e s'abbassi questo nella pianta in g , ed avendo segnato il raggio GH nel profilo eguale a gh della pianta, si avrà in H un punto di passaggio dello sbattimento della voluta. E così dicasi di tutti quei raggi che si segnassero onde ottenere lo scopo desiderato.

Per avere poi la curva ZRV nel profilo, che è lo sbattimento mandato dalla voluta sul cuscino, si faccia la sezione ZZ nello stesso modo che vedemmo antecedentemente, in quel luogo ove a un di presso deve passare questo sbattimento; indi tirato in un luogo ad arbitrio il raggio PQ , si prenda col compasso l'intervallo PQ , e facendo nella facciata scorrere la squadra parallelamente al raggio, si appoggino a questa le due punte del compasso fermandole in quel luogo ove toccano, una il giro esterno della voluta e l'altra la curva della sezione nominata; tali punti si supponga che siano $U-V$, ed allora si trasporta V orizzontalmente nel profilo sul posto o sezione corrispondente V . Dopo aver replicata quest'operazione in più luoghi a piacere, sarà trovata la curva che si cercava ZRV .

29. Ombreggiare un capitello corintio, Tav. 30.

Tra tutte le maniere che io mi immaginai, onde ottenere colla maggior facilità possibile l'ombra prodotta dal rovescio delle foglie nel capitello corintio, la migliore di tutte mi sembrò quella di supporre tutte le foglie di un ordine come unite in un pezzo solo, e dopo aver trovata l'ombra in questo pezzo dedurne la porzione accresciuta. Per il che fare eccone il modo.

Unite come dicemmo le foglie piccole in un pezzo, è chiaro che il loro rovescio poco differirà dalla forma di un toro, conseguentemente l'ombra dd , dd , dd di questo rovescio, si avrà colla stessa regola spiegata nel §. 3.

Si segui quindi il raggio reale AB , e trasportando B a suo luogo avrassi il punto E . Segnato inoltre da un punto qualunque dell'ombra del rovescio F il raggio FG e trasportato F nella pianta in f , (a) si segni anche in questa il raggio fg . Prendasi l'intervallo fg e si trasporti in FG , indi segnata la linea LM , veggasi se l'intervallo della pianta fg è eguale ad LM ; se non lo fosse vadansi accorciando fg , FG sino che le lunghezze nominate sieno eguali, ed allora G sarà un punto di passaggio dello sbattimento che il rovescio produrrebbe su le foglie se fosse unifo. Ed in questa guisa segnando altri raggi, come dissi, si avranno altri punti onde aver con maggior precisione quest'ombra ee e G . Dai punti dd dell'ombra del rovescio si abbassino i raggi de , questi segnando la curva nominata in ee e limiteranno in questi punti la porzione d'ombra dei rovesci separati.

Per aver altri punti onde descrivere l'intero sbattimento di queste foglie, si tiri per esempio la linea CP , e segnando il raggio reale CD e l'apparente HI , si replichi l'operazione stessa che abbiamo dimostrato pei raggi AB , FG ed avrassi la curva $DgggI$, la quale sarebbe l'ombra che i rovesci uniti porterebbero se fossero segati su di una linea CP . Abbassati quindi dai punti fff i raggi fg , avrassi nell'unione di questi colla curva sopraddetta in ggg altri punti d'ombra come si bramava. Replicando quest'operazione a piacere, si otterranno tutti que' punti che si vogliono per precisare con più sicurezza l'ombra di cui si parla.

(a) Vedesi la maniera di trovare questo punto nel §. 16.

Se si segnano i raggi apparente e reale SS , VV tangenti alla grossezza posteriore del profilo delle foglie, si avrà la curva $rs o$, la quale indica la direzione dell'ombra nel di dietro delle foglie stesse. Prolungando quindi il raggio reale a ferir la campana in S , e mettendo questo al proprio luogo, e trasportando l'altro punto V del raggio apparente che s'unisce colla campana stessa nel mezzo X , daranno insieme uniti l'altra curva VX la quale segna lo sbattimento delle foglie stesse su la campana supposte in un pezzo, ed abbassati dai punti so i raggi sm , op , ove questi s'uniscono collo sbattimento suddetto, ivi limitano quello delle foglie separate. Da ciò si rende manifesto, che con la medesima operazione si può trovare e conoscere anche quello dei caulicoli ec.

Dopo questo si può ottenere anche lo sbattimento di tutto il capitello sul muro con somma facilità. Segno per esempio dal punto N il raggio NO , ed abbassato N in n segno no , e faccio NO eguale ad no . Lo stesso faccio dei raggi QQ , RR , TT e di tutti quelli che si volessero segnare per ottenere l'ombra portata con maggior precisione. Ecco in questa guisa ottenuto l'intero ombreggiamento del capitello corintio, supposto sporgente la metà fuori del muro.

Credo che tutti questi esempj dovrebbero bastare, perchè si possa intendere la massima di queste mie regole, per saperle applicare a qualunque caso. Se in qualche parte io sarò stato oscuro o confuso, cosa che difficilmente si può evitare, quando vi devono essere molte linee e molte lettere ed andamenti complicati ed irregolari, spero però che il lettore potrà supplire col raziocinio a quanto io non avrò saputo sviluppare colla desiderata chiarezza; e maggiormente avvalorar la mia lusinga la certezza di non riconoscere nel mio sistema una complicazione tale da non potersene rintracciare la teoria da qualunque, ancorchè fornito di mediocre talento.

ERRORI

CORREZIONI

Pag.	x	lin.	14	se Greci	se i greci
»	24	»	2	<i>tm</i> , <i>tm</i> .	<i>tm</i> , <i>tm</i> . (1)
»	25	»	30	8 <i>a</i> 7 <i>b</i> , 6 <i>c</i>	8 <i>a</i> , 7 <i>b</i> , 6 <i>c</i>
»	47	»	20	Teor. 3. se	Teor. 3. Se
»	64	»	35	dall'altra.	dall'altra. (2)
»	66	»	ult.	verticali	verticali (3)
»	67	»	30	di essa	di esse
»	70	»	32	queste	questi
»	74	»	1	$af:fb::dg:ge$	$af:fb::dg:ge$
»	ivi	»	26	il quale	la quale
»	ivi	»	31	dell'ellisse	dell'ellisse (4)
»	78	»	7	il quale	la quale
»	73	»	22	sieno posto	sieno posti
»	91	»	22	queste è formata	questa è formata

(1) Se le ellissi fossero un poco allungate, per trovare gli ultimi due punti *rs* si faccia uso di questa regola. Si segni una linea nel mezzo e perpendicolare a *ic*, la quale nella sua unione colla linea del mazzo *cd* determinerà il centro degli archi *tm*, *tm*.

(2) Egli è ben vero che se il punto *e* fusse molto lontano, la linea *ef* nel produrla potrebbe apportare dell'imbarazzo, ma allora si può giungere all'intento con questo metodo. Invece del triangolo *edf*, se ne costruisca un altro simile il quale abbia il lato omologo di *de*, per esempio, tre quarti meno di questo. Si replici i quattro volte sulla linea *df* il lato omologo di *fd*, e l'ultimo punto determinerà il punto *f*.

(3) Se poi questo punto *a* come supponemmo qui sopra, e come accade il più delle volte nella pratica, fosse tanto lontano che la linea *ef* cadesse fuori del quadro, si può far uso della regola che sono per esporre. Segnato come vediamo il triangolo simile all'altro *edf* colla proporzione enunciata, gli si divida l'ipotenusa in quattro parti, e dal punto che divide le due parti superiori si faccia partire un orizzontale; sull'angolo omologo di *f* si elevi una verticale la quale si unisca colla orizzontale enunciata. Dall'unione di queste due linee e dall'angolo omologo di *e* si faccia passare una linea, che prolungata passerebbe per *f*.

(4) Sarà visibile che nella pratica si potrà tralasciare il punto *p* trasportando in prospettiva solamente l'altro *q*, perchè avendo ottenuto con questo il prospettico *i*, *ih* dovrà necessariamente essere eguale ad *ih*.

1870956 D

Geometria Descrittiva
di
Francesco Sacconi

Vol. II.

Tavole
(Pinquante e due Incise dall'Autore)

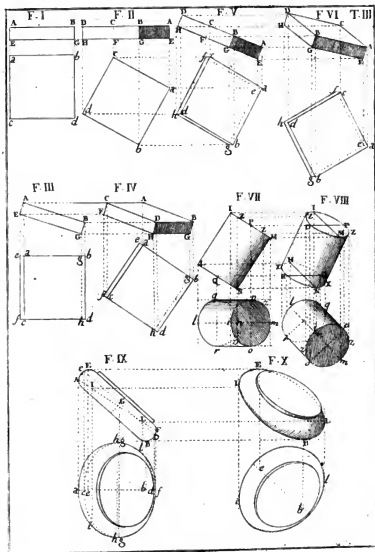


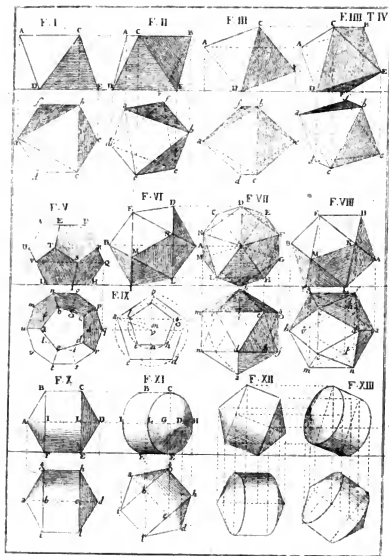
MILANO 1815.

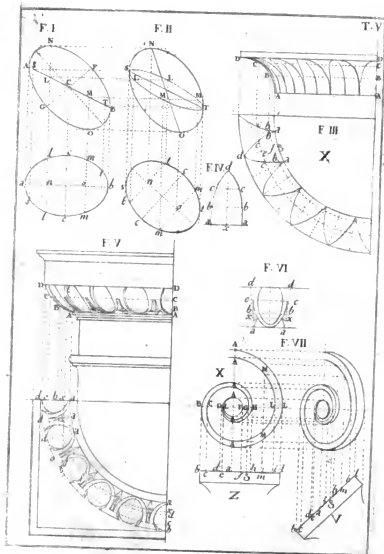
AVVERTIMENTO

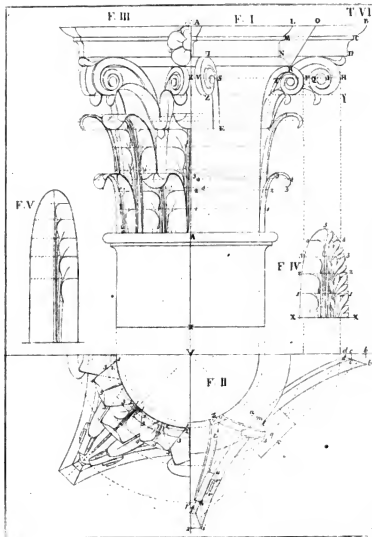
Essendo le figure quivi espresse destinate a dimostrazioni di regole, io non mi sono curato nella loro delineazione, di mantenervi rigorosamente in tutte quella proporzione che le leggi del buon gusto esigerebbero, ma mi parve più utile ritenere quella forma che potesse essere più congrua a marcare con precisione l'assunto. Nella prospettiva poi diedi un avvertimento, riguardo alla posizione del punto di vista, onde ottenere una grata forma nell'oggetto che si disegna, di collocarlo tre volte lontano dalla parete la maggiore dimensione della stessa. Una tal regola però per più ragioni io non mi credei in dovere di seguire nelle mie tavole: primieramente perchè in questa guisa vengono a marcarsi più visibilmente quei difetti che io cerco far noti, onde saperli evitare nella pratica, come può rendersi manifesto nella natura delle linee curve specialmente; in secondo luogo, parlando di figure dimostrative, mi parve molto minore il male di vederle di una forma non tanto elegante, che di collocare un punto fuori delle tavole, il quale per essere essenziale nelle operazioni avrebbe tolto alle dimostrazioni la necessaria chiarezza, amenochè non si avesse voluto ingrandire le tavole stesse, il che avrebbe portato una dimensione incomoda nel volume ed una spesa molto maggiore.

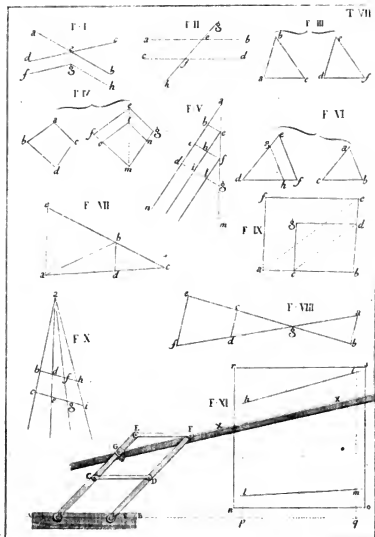
Se a taluni sembreranno pertanto non troppo grate alla vista alcune figure prospettiche, saranno sempre più persuasi della necessità di collocare bene il punto di veduta, e che le regole, in quelle prospettive destinate a vedersi su tutti i punti, non possono produrre la possibile eleganza negli oggetti, se non che usate in quella maniera che notammo esigere l'arte scenografica.

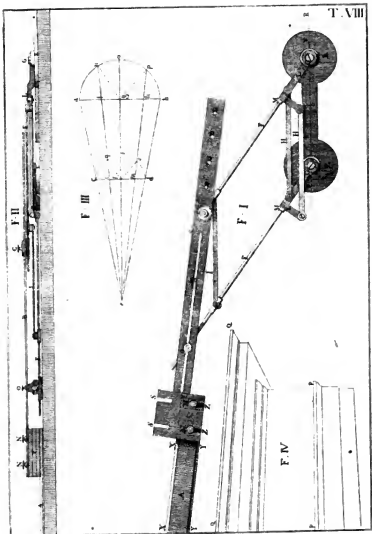












10

11

12

13

14

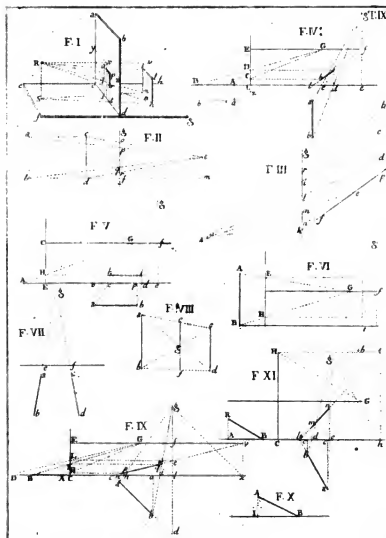
15

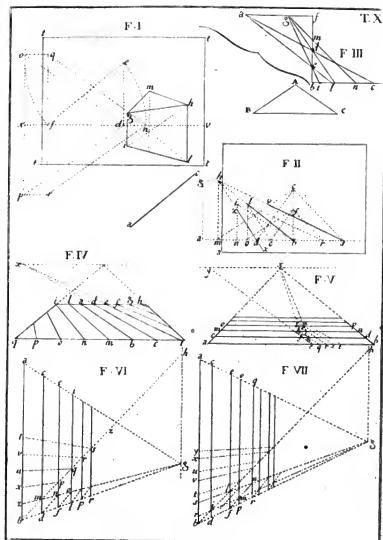
16

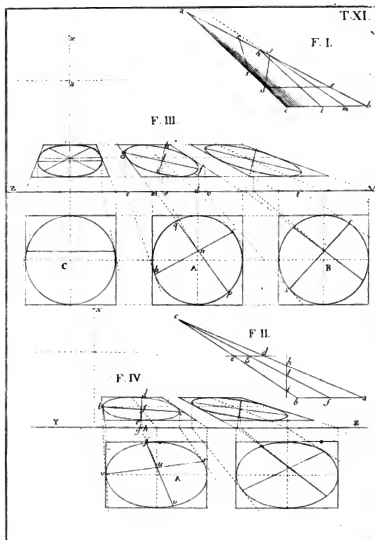
17

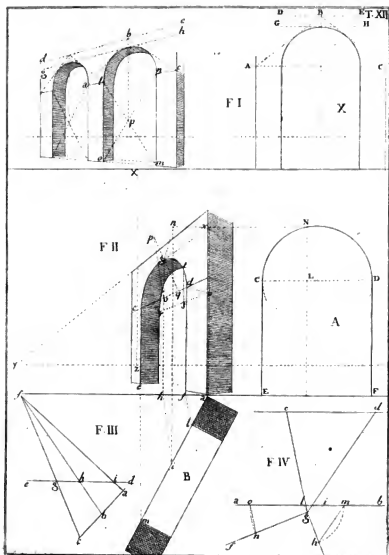
18

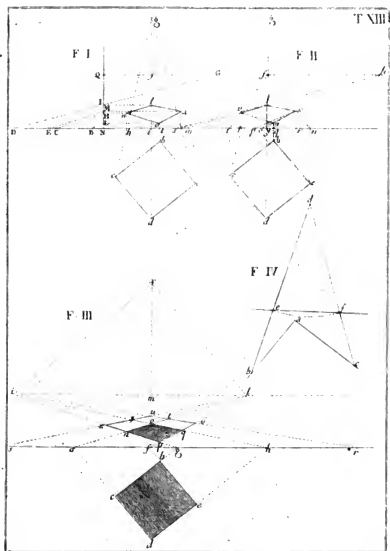
19

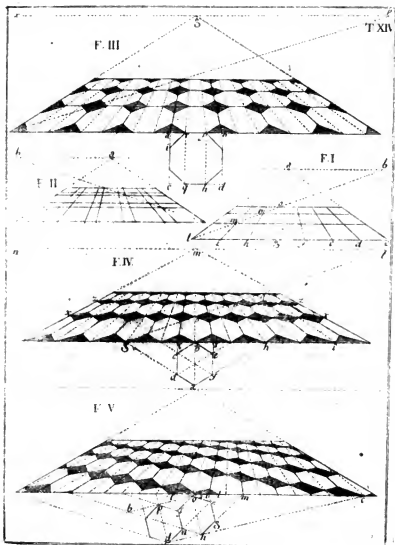


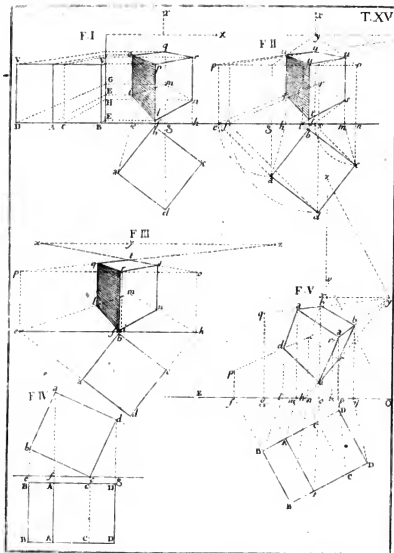


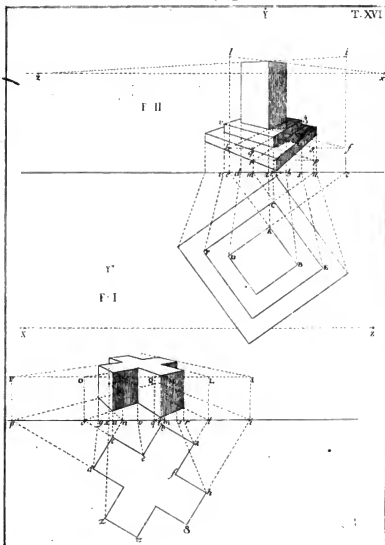




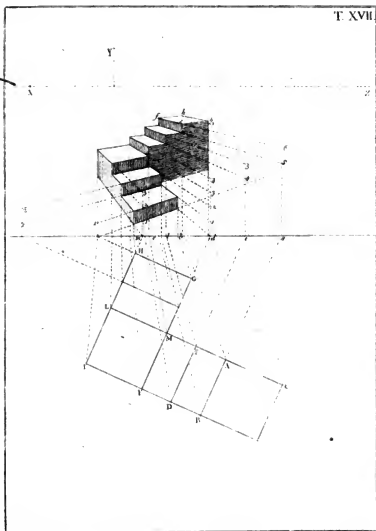


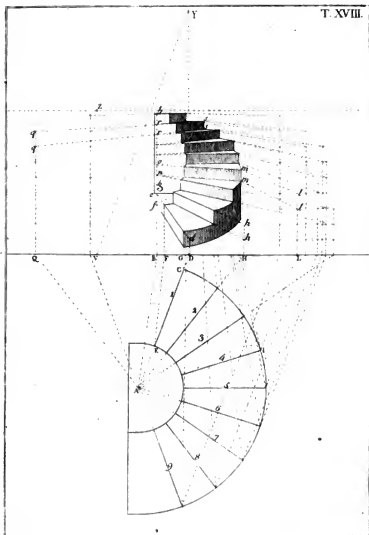






T XVII

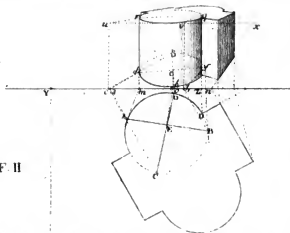




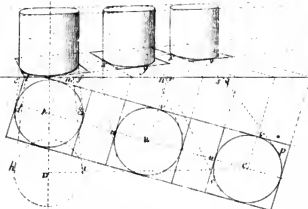
Y

T. XIX

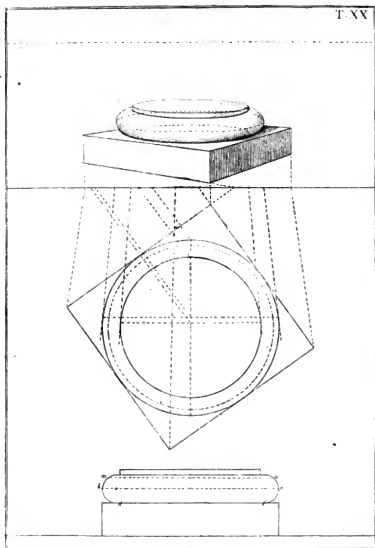
F. I

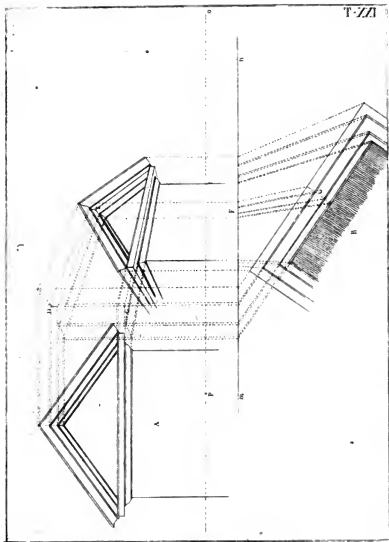


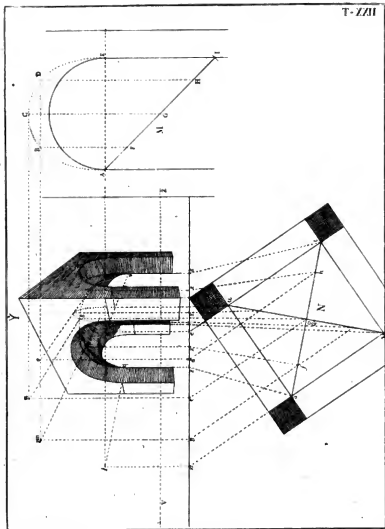
F. II

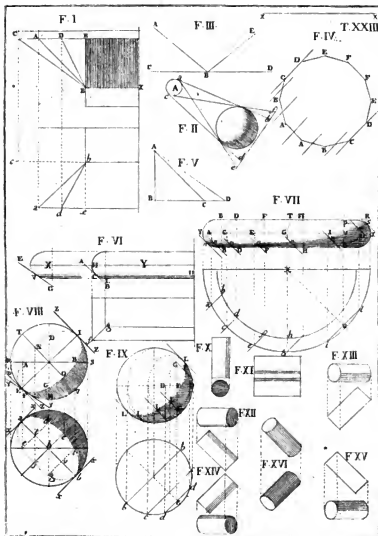


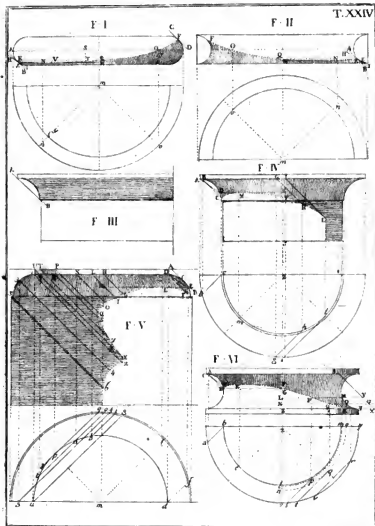
T. XX

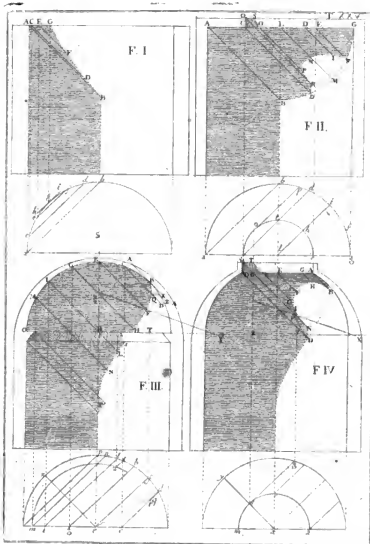


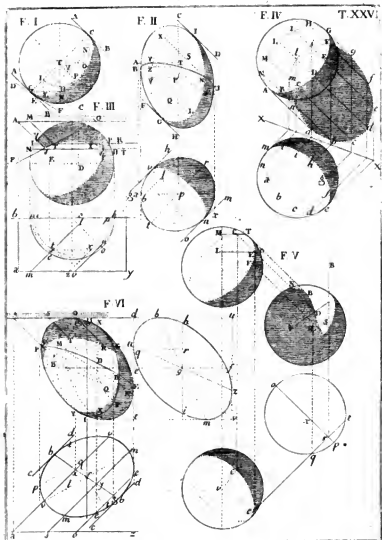


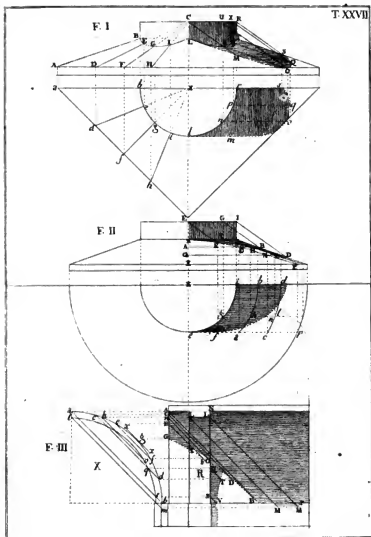


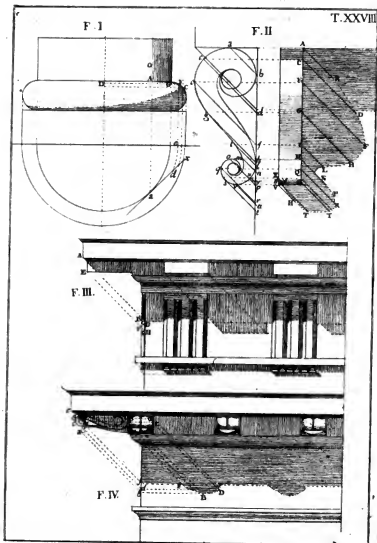


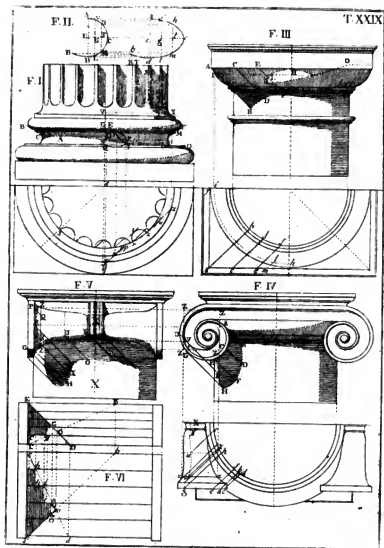






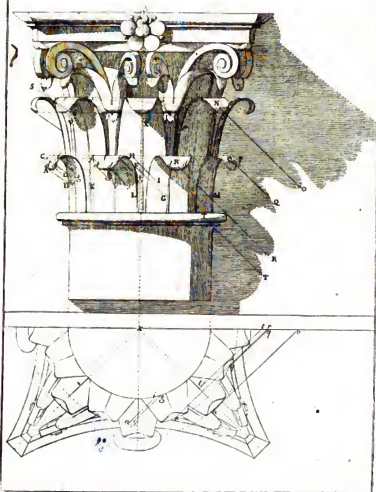






11

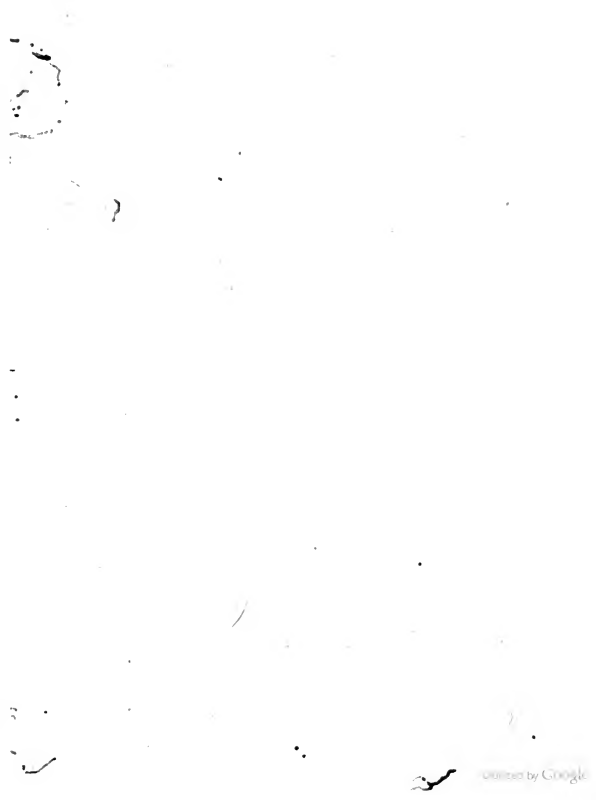
T. XXX



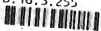
1870956

1870956 D

ق



B.16.3.255



BVCP

Utilized by 000000

